



# Etude par modélisation de la commande optimale des systèmes de chauffage des bâtiments utilisant des chaudières à charbon

Hong Zhao

## ► To cite this version:

Hong Zhao. Etude par modélisation de la commande optimale des systèmes de chauffage des bâtiments utilisant des chaudières à charbon. Autre. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1992. Français. <tel-00523172>

**HAL Id: tel-00523172**

**<https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-00523172>**

Submitted on 4 Oct 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

79839

NS 16619  
(4)

# THESE

PRESENTEE A

*L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES*

EN VUE DE L'OBTENTION DU

*DIPLOME DE DOCTORAT*

PAR

*HONG ZHAO*

SPECIALITE : *SCIENCES ET TECHNIQUES DU BATIMENT*

SUJET DE LA THESE :

---

**ETUDE PAR MODELISATION DE LA COMMANDE  
OPTIMALE DES SYSTEMES DE CHAUFFAGE DES  
BATIMENTS UTILISANT DES CHAUDIERES A CHARBON**

---

SOUTENUE LE 24 JUIN 1992 DEVANT LA COMMISSION COMPOSEE DE :

MME **C. BENARD**

PRESIDENT

M. **J. RILLING**

DIRECTEUR DE THESE

M. **M. TRINITE**

RAPPORTEUR

M. **L. LARET**

RAPPORTEUR

M. **JC. VISIER**

EXAMINATEUR

M. **JL. PLAZY**

EXAMINATEUR





## **REMERCIEMENTS**

*Ce travail a été réalisé au sein du service Génie Energétique et Climatique (G.E.C) au Centre Scientifique et Technique du Bâtiment (C.S.T.B) à Marne-la-Vallée.*

*J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur Jacques RILLING, Directeur Scientifique du C.S.T.B., et Responsable de formation doctorale en Sciences et Techniques du Bâtiment à l'E.N.P.C., pour m'avoir fait l'honneur de diriger cette thèse, et pour l'aide qu'il m'a prodiguée.*

*Que Monsieur Philippe DUCHENE-MARULLAZ, chef du service G.E.C du CSTB, trouve ici l'expression de ma gratitude pour m'avoir accueilli dans son service.*

*J'exprime toute ma reconnaissance à Madame Christine BENARD, Directeur de recherche au Centre National de la Recherche Scientifique (C.N.R.S.), pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de cette thèse.*

*J'exprime également mes remerciements à Monsieur Michel TRINITE, Directeur de recherche au C.N.R.S, Monsieur Louis LARET, Chef de Division du CSTB, Monsieur Jean-Louis PLAZY, Adjoint au Chef du Service Habitat et Tertiaire de l'ADEME pour avoir accepté de participer au jury, et ma reconnaissance particulière à Monsieur Michel TRINITE et Monsieur Louis LARET pour avoir bien voulu être rapporteur de ce travail.*

*Je remercie vivement Monsieur Jean-Christophe VISIER, Chef de division du CSTB, pour les nombreux conseils précieux et pour avoir accepté d'être membre du jury.*

*Je tiens à remercier Monsieur Louis BERTOLO, chargé de mission du Service GEC, et Monsieur Eric HUTTER ancien Chef de Division, qui ont encadré et orienté ce travail.*

*Ma reconnaissance s'adresse plus particulièrement à Monsieur Yohann ZIRNGIBL, pour l'aide qu'il m'a apportée lors du développement du modèle de chaudière à charbon et la validation de celui-ci, et à Monsieur Dominique CACCAVELLI, qui m'a apporté une aide très précieuse lors de la rédaction de ce mémoire.*

*J'adresse également mes remerciements à l'ensemble des membres du service G.E.C., pour les précieux conseils que ceux-ci m'ont prodigués.*

*Enfin, j'adresse mes remerciements au secrétariat pour le travail de dactylographie imposé par ce mémoire.*





<b><u>RESUME</u></b> .....	<b>2</b>
<b><u>INTRODUCTION GENERALE</u></b> .....	<b>6</b>
<b><u>PARTIE I - MODELISATION DE LA CHAUDIERE A CHARBON (MODELE FIN)</u></b> .....	<b>10</b>
<b>1 - INTRODUCTION</b> .....	<b>10</b>
<b>2 - DESCRIPTION GENERALE DE LA STRUCTURE D'UNE CHAUDIERE A CHARBON ET DE LA COMBUSTION DU CHARBON</b> .....	<b>12</b>
2.1 - Chaudière à Charbon.....	12
2.1.1 - Chaudière à grille.....	12
2.1.2 - Structure d'une chaudière automatique .....	13
2.1.3 - Fonctionnement - Automaticité .....	14
2.2 - Combustion du Charbon.....	15
2.2.1 - Caractéristiques du charbon .....	15
2.2.1.1 - Pouvoir calorifique.....	15
2.2.1.2 - Humidité .....	15
2.2.1.3 - Matières volatiles.....	15
2.2.1.4 - Propriétés plastiques.....	16
2.2.1.5 - Calibrages des charbons destinés aux chaudières.....	16
2.2.1.6 - Stérile.....	17
2.2.2 - Combustion du charbon .....	17
2.2.2.1 - Comburant .....	17
2.2.2.2 - Réactions chimiques intervenant dans la combustion du charbon .....	18
2.2.2.3 - Combustion stoechiométrique .....	18
2.2.2.4 - Combustion oxydante .....	19
2.2.2.5 - Combustion réductrice .....	19
2.2.2.6 - Combustion mixte .....	19
2.2.3 - Aspects physico-chimiques de la combustion du charbon sur grille .....	19
2.2.3.1 - Echauffement du charbon et pyrogénéation .....	20
2.2.3.2 - Combustion primaire .....	20
2.2.3.3 - Combustion secondaire.....	23
<b>3 - MODELISATION DE LA CHAUDIERE A CHARBON</b> .....	<b>24</b>
3.1 - Modélisation de la combustion du charbon.....	24
3.1.1 - Modélisation de la combustion primaire.....	24
3.1.1.1 - Hypothèse de base .....	25
3.1.1.2 - Equations de base.....	25
3.1.1.3 - Vitesse massique de combustion $V_{mci}(t)$ .....	27
3.1.1.4 - Calcul de la température du charbon $T_c$ .....	34
3.1.2 - Modélisation de la combustion secondaire .....	37
3.1.2.1 - Pyrolyse des matières volatiles.....	37
3.1.2.2 - Les gaz imbrûlés .....	38
3.2 - Modélisation des transferts thermiques dans la chaudière .....	39
3.2.1 - Hypothèses de base.....	40
3.2.2 - Modélisation des transferts thermiques dans le foyer.....	40
3.2.3 - Transferts thermiques dans l'échangeur.....	45
3.2.4 - Bilan thermique complet de la chaudière .....	46
3.3 - Représentation du modèle de la chaudière sur ASTEC III.....	47
3.3.1 - Progiciel ASTEC III.....	47
3.3.2 - Représentation d'une équation différentielle par un circuit électrique.....	48
3.3.3 - Représentation du modèle de chaudière à charbon sur ASTEC 3.....	49
3.3.3.1 - Modèle de la combustion du charbon .....	49
3.3.3.2 - Modèle des transferts de chaleur .....	53

<b>4 - EXPERIMENTATION ET SIMULATION .....</b>	<b>56</b>
4.1 - Présentation du dispositif expérimental .....	56
4.2 - Choix de la dimension du modèle de chaudière .....	58
4.3 - Evaluation des paramètres du modèle .....	58
4.3.1 - Paramètres du charbon et de sa couche .....	58
4.3.2 - Paramètres de la chaudière .....	60
4.3.3 - Paramètres des transferts de chaleur .....	60
4.4 - Validation du modèle .....	61
4.5 - Applications du modèle de chaudière à charbon .....	67
4.5.1 - Evaluation de l'influence des paramètres sur le comportement de la chaudière .....	67
4.5.2 - Evaluation du rendement de la chaudière .....	70
4.6 - Description du modèle de chaudière en fiche PROFORMA .....	72
<b>5 - CONCLUSIONS .....</b>	<b>73</b>
 <b><u>PARTIE II</u> - MODELISATION DE CHAUDIERE A CHARBON (MODELE SIMPLIFIE) .....</b>	<b>74</b>
 <b>6 - INTRODUCTION .....</b>	<b>74</b>
 <b>7 - MODELE SIMPLIFIE DE CHAUDIERE A CHARBON .....</b>	<b>76</b>
7.1 - Modélisation de la combustion de charbon .....	76
7.1.1 - Hypothèses de base .....	77
7.1.2 - Modélisation de la combustion primaire .....	77
7.1.3 - Modélisation de la combustion secondaire .....	80
7.2 - Modélisation des transferts thermiques .....	81
7.3 - Simulations et comparaisons .....	83
7.3.1 - Représentation du modèle simplifié sur ASTEC 3 .....	83
7.3.1.1 - Modèle de la combustion .....	83
7.3.1.2 - Modèle des transferts thermiques .....	84
7.3.2 - Evaluation des paramètres du modèle .....	85
7.3.3 - Simulations .....	85
<b>8 - CONCLUSIONS .....</b>	<b>89</b>
 <b><u>PARTIE III</u> - COMMANDE DE SYSTEMES DE CHAUFFAGE DE BATIMENT BASEE SUR LE PRINCIPE D'OPTIMISATION QUADRATIQUE .....</b>	<b>91</b>
 <b>9 - INTRODUCTION .....</b>	<b>91</b>
 <b>10 - COMMANDE OPTIMALE BASEE SUR LE PRINCIPE D'OPTIMISATION QUADRATIQUE .....</b>	<b>93</b>
10.1 - Rappels théoriques .....	93
10.1.1 - Formulation générale de la commande optimale .....	93
10.1.2 - Cas d'un horizon infini .....	96
10.1.3 - Compensation des perturbations mesurables .....	98
10.2 - Utilisations et formules pratiques .....	100
10.3 - Prise en compte des contraintes sur l'action .....	103

<b>11 - APPLICATION DE LA COMMANDE OPTIMALE AU SYSTEME DU CHAUFFAGE INTERMITTENT.....</b>	<b>110</b>
11.1 - Description du modèle de système de chauffage.....	110
11.2 - Choix du critère quadratique .....	111
11.3 - Commande de système du chauffage intermittent .....	112
11.3.1 - Régulation dans la période d'occupation.....	112
11.3.2 - Régulation dans la période d'inoccupation.....	113
11.4 - Simulations et comparaisons.....	115
11.4.1 - Modélisation du bâtiment.....	115
11.4.2 - Calcul des paramètres.....	118
11.4.2.1 - Paramètres du critère à minimiser .....	118
11.4.2.2 - Paramètres de la commande.....	120
11.4.3 - Etudes par simulations.....	123
11.4.3.1 - Simulation 1 : Fonctionnement de la commande optimale .....	123
11.4.3.2 - Simulation 2 : Influence du paramètre pénalisant $P_g$ .....	124
11.4.3.3 - Simulation 3 : Influence de la puissance maximale de l'installation de chauffage.....	128
11.4.3.4 - Simulation 4 : Intérêt de la compensation des perturbations mesurables.....	130
11.4.3.5 - Simulation 5 : Influence du critère de confort .....	133
11.4.3.6 - Simulation 6 : Amélioration pour une longue durée d'arrêt .....	134
11.4.3.7 - Simulation 7 : Comparaison avec la commande classique pour une saison de chauffage.....	136
<b>12 - SENSIBILITE DE LA COMMANDE OPTIMALE SUR LES ECARTS DU MODELE ET LES METHODES D'AMELIORATION.....</b>	<b>139</b>
12.1 - Sensibilité de la commande optimale sur les écarts du modèle.....	139
12.1.1 - Modèles "approchés" du bâtiment.....	139
12.1.2 - Evaluation de l'influence des écarts du modèle sur le fonctionnement de la commande.....	142
12.1.3 - Influence sur les consommations d'énergie .....	143
12.2 - Amélioration de la commande optimale .....	146
12.2.1 - Annulation des erreurs stationnaires.....	146
12.2.2 - Auto-réglage de la durée de préchauffage .....	149
12.2.3 - Simulations de la commande optimale améliorée .....	151
12.2.3.1 - Simulation sur une durée de quatre jours.....	151
12.2.3.2 - Simulation pour une saison de chauffage .....	155
<b>13 - APPLICATION DE LA COMMANDE OPTIMALE AU SYSTEME DE CHAUFFAGE AVEC UNE CHAUDIERE A CHARBON.....</b>	<b>159</b>
13.1 - Modèle simplifié du système de chauffage avec une chaudière à charbon .....	160
13.1 - Modèle détaillé de système de chauffage avec chaudière à charbon.....	166
13.1.1 - Modèle d'émetteur.....	167
13.1.2 - Modèle de tuyau .....	167
13.1.3 - Modèle de vanne de trois voies.....	168
13.1.4 - Modèle de bouteille casse-pression.....	168
13.1.6 - Modèle de pompe.....	170
13.3 - Influence de l'inertie de l'installation de chauffage.....	170
13.4 - Commande optimale du système de chauffage avec une chaudière à charbon.....	171
13.4.1 - Paramètres de la commande optimale .....	171
13.4.2 - Résultats de simulations .....	173
13.4.2.1 - Simulation 1: Fonctionnement de la commande optimale .....	173
13.4.2.2 - Simulation 2 : Commande optimale pour une saison de chauffage.....	175
<b>14 - CONCLUSIONS.....</b>	<b>180</b>
<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>182</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>	<b>184</b>
<b>ANNEXES .....</b>	<b>190</b>

**NOMENCLATURE**

CEC	Capacité thermique de l'échangeur.....	J/K
CEF	Capacité thermique du foyer.....	J/K
$c_{mb}$	Chaleur massique de charbon.....	J/kg.K
$c_{me}$	Chaleur massique d'eau.....	J/kg.K
$c_{mf}$	Chaleur massique des fumées.....	J/kg.K
$c_{vf}$	Chaleur volumique des fumées.....	J/m <sup>3</sup> .K
$D_a$	Débit d'air.....	kg/s
$D_c$	Débit de charbon.....	kg/s
$d_c$	Diamètre moyen des grains de charbon.....	m
$D_{ef}$	Débit d'eau dans le foyer.....	kg/s
$D_{fm}$	Débit des fumées.....	kg/s
$D_{mc}$	Débit des matières volatiles dégagée.....	kg/s
$D_v$	Débit des matières volatiles entrées dans la chaudière.....	kg/s
$e_a$	Excès d'air.....	%
$f$	Masse de charbon consommée par kg d'oxygène.....	kg/kg
$H_c$	Hauteur de la couche de charbon.....	m
$h_c$	Coefficient du processus chimique.....	kg/m <sup>2</sup> .s
$h_d$	Coefficient de diffusion.....	kg/m <sup>2</sup> .s
$K_c$	Vitesse d'oxydation.....	kg/m <sup>2</sup> .s
$k_d$	Indice de gonflement de charbon	
$M_c$	Masse du charbon sur la grille.....	kg
$m_c$	Masse volumique de charbon.....	kg/m <sup>3</sup>
$M_{cb}$	Masse du charbon brûlé en unité de temps.....	kg/s
$M_v$	Masse de matières volatiles dans la couche de charbon.....	kg
PCI	Pouvoir calorifique inférieur.....	J/kg
$P_{av}$	Pouvoir comburivore du charbon.....	m <sup>3</sup> /kg
$P_{fv}$	Pouvoir fumigène du charbon.....	m <sup>3</sup> /kg
$q_c$	Taux de cendre du charbon	
QCH	Puissance de la combustion du charbon.....	W
$Q_p$	Puissance de la combustion primaire.....	W
$P_{pa}$	Pertes par les parois de la chaudière.....	W
$P_{fm}$	Pertes par les fumées.....	W
$Q_s$	Puissance de la combustion secondaire.....	W
RCH	Rendement de la chaudière	
$R_f$	Coefficient de rayonnement dans le foyer.....	W/m <sup>2</sup> .K <sup>4</sup>
$S_c$	Surface de réaction par kg de grains de charbon.....	m <sup>2</sup> /kg
SEC	Surface éch. gaz/eau dans l'échangeur.....	m <sup>2</sup>
SEA	Surface éch. eau/air de l'échangeur.....	m <sup>2</sup>

SFA	Surface éch. eau/air dans le foyer .....	m <sup>2</sup>
SFE	Surface éch. paroi/eau dans le foyer .....	m <sup>2</sup>
SFP	Surface éch. gaz/paroi dans le foyer .....	m <sup>2</sup>
S <sub>g</sub>	Surface de la grille .....	m <sup>2</sup>
S <sub>r</sub>	Surface d'échange thermique de rayonnement de la couche de charbon....	m <sup>2</sup>
SRF	Surface rayonnant dans le foyer.....	m <sup>2</sup>
S <sub>v</sub>	Surface d'échange thermique de convection de la couche de charbon .....	m <sup>2</sup>
T <sub>a</sub>	Température d'air ambiant .....	°C
T <sub>am</sub>	Température moyenne d'air traversant la couche.....	°C
T <sub>c</sub>	Température du charbon .....	°C
T <sub>de</sub>	Température de départ d'eau.....	°C
T <sub>ee</sub>	Température d'eau sortant de l'échangeur .....	°C
T <sub>fc</sub>	Température des gaz en sortie du foyer .....	°C
T <sub>fe</sub>	Température d'eau sortant du foyer .....	°C
T <sub>fg</sub>	Température des gaz dans le foyer .....	°C
T <sub>fm</sub>	Température des fumées.....	°C
T <sub>fp</sub>	Température des parois du foyer .....	°C
T <sub>r</sub>	Température de retour d'eau .....	°C
T <sub>st</sub>	Température de structure .....	°C
T <sub>tc</sub>	Température théorique de la combustion .....	°C
V <sub>a</sub>	Vitesse du courant d'air dans la couche de charbon .....	m/s
V <sub>fy</sub>	Volume du foyer.....	m <sup>3</sup>
V <sub>mc</sub>	Vitesse massique de combustion.....	kg/kg.s
Y <sub>o</sub>	Concentration en oxygène au centre du courant d'air.....	%
α <sub>c</sub>	Coefficient de convection charbon/air .....	W/m <sup>2</sup> .K
α <sub>eg</sub>	Coefficient éch. gaz/eau dans l'échangeur .....	W/m <sup>2</sup> .K
α <sub>ea</sub>	Coefficient éch. eau/air de l'échangeur.....	W/m <sup>2</sup> .K
α <sub>fa</sub>	Coefficient éch. eau/air dans le foyer .....	W/m <sup>2</sup> .K
α <sub>fg</sub>	Coefficient éch. gaz/paroi dans le foyer .....	W/m <sup>2</sup> .K
α <sub>fp</sub>	Coefficient éch. paroi/eau dans le foyer.....	W/m <sup>2</sup> .K
β <sub>co</sub>	Concentration de CO dans les gaz sortant de la couche de charbon .....	%
σ	Constante de STEPHAN-BOLTZMAN .....	W/m <sup>2</sup> .K <sup>4</sup>
μ <sub>a</sub>	Viscosité de l'air .....	kg/m.s
τ <sub>a</sub>	Masse volumique de l'air.....	kg/m <sup>3</sup>
τ <sub>f</sub>	Masse volumique des fumées.....	kg/m <sup>3</sup>
τ <sub>o</sub>	Masse volumique d'oxygène .....	kg/m <sup>3</sup>
θ <sub>c</sub>	Densité du chargement de la couche de charbon .....	kg/m <sup>3</sup>
θ <sub>v</sub>	Taux des matières volatiles	
δ	Taux de vide de la couche de charbon	



## **RESUME**

Les systèmes de chauffage utilisant des chaudières à charbon dans les bâtiments à occupation discontinue ont des caractéristiques particulières. Le travail présenté ici a pour objet l'étude de la gestion d'énergie de tels systèmes.

Deux modèles de chaudière à charbon ont été développés : un modèle fin et un modèle simplifié. Le modèle fin a été élaboré dans le but de décrire le comportement dynamique de la chaudière. Le modèle simplifié a été développé pour répondre aux besoins du calcul de la commande.

Une structure de commande optimale basée sur le principe d'optimisation quadratique a été étudiée, améliorée et adaptée au contrôle de systèmes de chauffage intermittent. En la complétant par une méthode d'auto-réglage, cette commande peut corriger automatiquement les erreurs de commande dues aux imprécisions du modèle utilisé ou à d'autres causes.

Les études, par simulations, des applications de la commande optimale aux systèmes de chauffage à chaudière à charbon ont démontré l'efficacité et la souplesse de cette commande, ainsi qu'une économie énergétique importante par rapport à la commande classique.

### **MOTS - CLES**

Commande optimale - Modélisation - Simulation - Régulation - Economie d'énergie - Chaudière à charbon - Combustion - Chauffage eau chaude - Chauffage intermittent





## **SUMMARY**

Heating systems using coal-fired boilers in buildings with discontinuous occupation have specific characteristics. The work presented here was focused on the study of the energy management of such systems.

Two coal-fired boiler models were developed : a comprehensive model and a simplified model. The comprehensive model was developed so as to describe the dynamic behaviour of the boiler. The simplified model was developed in order to meet the control calculation needs.

An optimal control structure based on the quadratic optimization principle was designed, improved and adapted to the intermittent heating system control. When supplemented with a self-adjusting method, this control can automatically correct the control errors either caused by the inaccuracy of the model used or resulting from other factors.

Studying by simulation the optimal control as applied to coal-fired boiler heating systems has proved the efficiency and flexibility of this control ; furthermore, the saving of energy made by this method, as compared with a standard control, is important.

### **KEYWORDS**

Optimal control - Modelling - Simulation - Regulation - Energy saving - Coal-fired boiler - Combustion - Hot water heating - Intermittent heating.



## 简 介

使用燃料锅炉的间歇供热系统具有其特殊性.本论文主要讨论了有关这样一个系统的控制问题.

本论文建立了两个锅炉模型:精确模型和简化模型.精确模型用于模拟锅炉的动态特性,而简化模型则为了用于控制计算.

本论文还研究了有关二次型最优控制理论,并加以改进使之更适用于间歇供热系统的控制.为了自动消除由于模型精度或其他原因造成的控制误差,本论文给出了一个在线自校正方法.

计算机模拟试验的结果表明,这种最优控制系统不但有效性好、灵活性高,而且就传统的控制方法相比,使用这种方法控制燃料锅炉的间歇供热系统可获得较高的节能效益.

关键字:

最优控制、模型、计算机模拟、自动调节、节能、

燃料锅炉、燃烧、热水供热、间歇供热



## INTRODUCTION GENERALE

Actuellement, le charbon représente près du tiers de la consommation mondiale d'énergie, et aux dires des experts, la consommation de charbon aura, d'ici l'an 2000, plus que doublé. Ceci est dû à son abondance naturelle et à la stabilité de son prix.

En Chine, le charbon est l'un des principaux combustibles employés pour le chauffage des bâtiments. En France, l'utilisation du charbon à cette fin est relativement limitée ; cependant une certaine demande persiste. Cela est dû au fait que les équipements de chauffage au charbon ont fait des progrès considérables et qu'ils sont maintenant automatisés, à la façon des autres combustibles. D'autre part, le marché à l'exportation semble potentiellement important y compris vers les pays membres de la CEE, tels que l'Angleterre et l'Allemagne, qui restent traditionnellement attachés à ce type de combustible.

On observe d'ailleurs que les constructeurs français s'intéressent toujours à la chaudière à charbon et entreprennent d'améliorer leurs performances. Ils proposent dans leur catalogue différents modèles de chaudière à charbon dans les gammes de puissance qui conviennent au chauffage des bâtiments (de quelques centaines de kW à 3 000 kW), comme les chaudières SECCACIER, les chaudières VATC etc. Leurs avantages tiennent à leur grande compacité, à des prix intéressants et à un automatisme de plus en plus poussé. Ces chaudières sont destinées à la production d'eau chaude (température inférieure à 100°C) ou de vapeur à basse pression et adaptées particulièrement aux installations de chauffage central (secteur résidentiel ou tertiaire).

Par contre, il est regrettable que peu de recherches soient effectuées quant à la régulation des systèmes de chauffage utilisant des chaudières à charbon, en particulier lorsque ces systèmes de chauffage desservent des bâtiments à occupation discontinue. Pourtant des études approfondies sur ce sujet présenteraient un double intérêt.

- Le système de chauffage utilisant la chaudière à charbon est un système particulier à cause des caractéristiques spécifiques du combustible ; il est donc différent des systèmes de chauffage à chaudière au fioul ou au gaz sur lesquels beaucoup d'études existent déjà.
- La pratique de l'intermittence du chauffage dans les bâtiments à occupation discontinue constitue l'une des possibilités d'économiser l'énergie. Or la consommation énergétique dépend de la qualité de la régulation d'un tel système.

Le travail présenté ici a donc pour objectif d'étudier la gestion de l'intermittence du chauffage dans des bâtiments utilisant les chaudières à charbon. Une stratégie de commande de l'ensemble du système de chauffage (chaudière-installation-bâtiment) est recherchée afin d'optimiser la fourniture globale de chaleur au bâtiment à occupation discontinue. Cette stratégie, issue du principe d'optimisation quadratique, est en fait adapté à la régulation d'un système du chauffage intermittent.

La détermination de cette stratégie de la commande repose sur la simulation numérique, il est donc indispensable de développer un modèle de système de chauffage comportant des éléments différents tels que le bâtiment, l'installation de chauffage et la chaudière à charbon. Ce modèle doit être suffisamment fin pour pouvoir décrire le comportement dynamique du système. Si plusieurs travaux concernant le développement de modèles de bâtiment, d'installations de chauffage, et de chaudières au fioul et au gaz [FRAN.90], [NIBE.88], [GAUF.76] sont répertoriés dans la bibliographie, il n'existe par contre que très peu d'études sur des modèles de chaudières à charbon qui soient adaptables à la simulation des comportements dynamique et statique des chaudières. Le développement d'un tel type de modèle (modèle fin) constitue donc une partie importante de cette thèse.

Parallèlement, l'étude d'une stratégie de commande nécessite aussi l'emploi d'un modèle de système d'ordre plus réduit. C'est pour cela que nous avons développé également un modèle simplifié de chaudière à charbon du second ordre.

L'étude que nous présentons ici porte donc sur deux domaines différents :

- la modélisation de la chaudière à charbon ;
- l'application de la commande optimale aux systèmes de chauffage utilisant des chaudières à charbon.

Un modèle fin et un modèle simplifié (deuxième ordre) de chaudière à charbon ont été développés. La chaudière modélisée est une chaudière à grille. Elle comporte essentiellement un foyer avec une grille et un échangeur. Ayant une puissance de 500 kW à 2000 kW, une telle chaudière est habituellement utilisée pour le chauffage des bâtiments collectifs.

Le modèle fin de chaudière à charbon à grille est élaboré dans le but de décrire de façon satisfaisante le comportement dynamique de la chaudière tout en maintenant une complexité raisonnable. Ce modèle est basé sur la description mathématique des phénomènes de combustion de combustible solide et des transferts de chaleur. La démarche a consisté à simplifier les éléments à modéliser à partir de la connaissance physique des phénomènes concernés (théorie de la combustion et des transferts thermiques). Les influences des hypothèses simplificatrices sont ensuite examinées par comparaison des résultats des simulations numériques à ceux d'essais, ce qui permet aussi d'ajuster les paramètres des modèles de combustion et de transferts de chaleur. On obtient ainsi un modèle dit "de connaissance" qui peut être appliqué selon les besoins de l'étude.

La simulation numérique est effectuée à l'aide du progiciel ASTEC III, qui est un solveur d'équations algèbro-différentielles. La validation de ce modèle a été réalisée en collaboration avec la société SECCACIER sur leur banc d'essais.

Le développement de la stratégie de commande implique que l'on dispose d'un modèle simplifié de chaudière. Ce dernier doit nécessairement avoir un ordre le plus faible possible. Le modèle fin développé ayant une dimension relativement élevée, il ne convient donc pas complètement à cette utilisation.

C'est la raison pour la quelle, nous proposons un modèle simplifié de chaudière à charbon. Ce modèle est obtenu par simplification directe du modèle fin. Les facteurs et les paramètres qui ont peu d'importance sur le comportement dynamique de la chaudière sont négligés. Ensuite, par réduction de la dimension du modèle fin, un modèle simplifié de chaudière à charbon du deuxième ordre est finalement obtenu. Ce dernier a comme entrées le débit de charbon, les débits d'eau et d'air. Il permet de calculer les variations des températures de départ d'eau et des fumées, ainsi que la variation de l'énergie dégagée par la combustion, etc... Enfin il permet de déduire le rendement de la chaudière. Les résultats de notre modèle simplifié ont été comparés par simulation avec ceux de notre modèle fin précédent. Ces résultats montrent une très bonne concordance entre ces deux modèles.

Les parties 1 et 2 sont consacrées respectivement à la description du modèle fin et du modèle simplifié de chaudière.

Le deuxième objectif de ce travail concerne la gestion de l'énergie des systèmes de chauffage utilisant la chaudière à charbon à partir des théories de la commande optimale. Nous étudions particulièrement les applications de la commande optimale au système de chauffage dans des bâtiments occupés de façon intermittente.

Beaucoup d'études ont été réalisées sur la commande de système de chauffage intermittent en utilisant des approches différentes telles que la commande optimale basée sur le principe du minimum, la programmation linéaire etc..

Le principal inconvénient des ces méthodes est que la réalisation de la commande optimale exige des ordinateurs disposants d'une grande capacité de mémoire et conduisent à des temps de calcul considérables. De plus, le calcul et la mémoire nécessaire pour la commande optimale sont d'autant plus grands que l'intervalle de temps dans lequel s'effectue cette commande est plus important.

Il nous a donc paru judicieux d'appliquer une autre méthode de commande optimale qui nécessite moins de calculs et soit plus facile à réaliser.

Une de ces méthodes est la commande optimale basée sur le principe d'optimisation quadratique. Elle offre la possibilité de parvenir à la détermination d'une structure de commande par retour d'état pour des système linéaires multidimensionnels. En effet, les mesures des sorties ou les estimations des états sont utilisées en permanence pour le calcul de la commande. Nous verrons plus tard qu'à partir de cette méthode il est possible d'aboutir à la définition d'une commande qui assure "le meilleur compromis" entre deux exigences opposées: les écarts entre les sorties et les consignes, et l'économie d'énergie. Ses avantages principaux sont sa simplicité de structure et la facilité de sa mise en oeuvre. Un autre avantage est qu'elle se prête à des développements mathématiques nombreux et puissants. Les performances de la commande peuvent être améliorées en ajoutant, selon les exigences diverses, des termes supplémentaires dans la structure de commande, sans modifier la structure principale.

Dans ce travail, nous présentons les théories et les caractéristiques de cette commande optimale ,ainsi que les applications de cette méthode aux systèmes de chauffage avec chaudière à charbon dans des bâtiments occupés de façon intermittente.

Nous présentons en première lieu la structure générale de la commande basée sur le principe d'optimisation quadratique et les améliorations pratiques. Deux sortes d'améliorations sont étudiées: la prise en compte des perturbations mesurables et la prise en compte des contraintes sur les actions.

Nous décrivons ensuite les applications de cette méthode au système de chauffage intermittent et les comparons par simulation à celles de la régulation classique. L'étude est conduite en deux étapes.

Dans la première étape, l'installation de chauffage est considérée comme un flux injecté instantanément dans le bâtiment, ce qui correspond aux systèmes de chauffage dans lesquels l'inertie de l'installation de chauffage est négligeable par rapport à celle du bâtiment. Nous étudions les applications de la commande proposée ci-dessus sur le système de chauffage ainsi défini. L'objectif de cette étape est de saisir comment la commande optimale proposée peut s'appliquer à un système de chauffage intermittent.



Dans cette optique, de nombreuses simulations ont été effectuées qui font ressortir l'influence des paramètres pénalisants, l'influence de la puissance maximale de l'installation de chauffage et l'intérêt de la prise en compte des perturbations mesurables. Les simulations couvrant une saison de chauffage ont été aussi effectuées pour comparer les résultats de la commande optimale à ceux de la régulation classique. Enfin, nous étudions la sensibilité de la commande optimale sur les écarts du modèle de bâtiment et nous proposons une méthode d'auto-réglage permettant d'améliorer les performances de la commande. Les résultats des simulations montrent que la méthode d'auto-réglage proposée peut éliminer les erreurs stationnaires et l'erreur de la prédiction de la durée de préchauffage dues aux imprécisions du modèle ou à d'autres causes.

La deuxième étape traite des applications de la commande optimale sur le système de chauffage utilisant la chaudière à charbon dans des bâtiments à occupation discontinue. Mais dans cette étape, les inerties de la boucle de chauffage et de la chaudière à charbon sont prises en compte.

A cette fin, un modèle de système de chauffage est donc construit en couplant le modèle de bâtiment, le modèle de réseau d'eau et celui de la chaudière à charbon. Nous étudions les applications de la commande optimale sur le système ainsi modélisé. Nous mesurons alors sur la base des résultats des simulations, l'importance de l'inertie de l'installation de chauffage (génération, distribution et émission) pour la gestion du chauffage intermittent.

Enfin, nous effectuons des simulations couvrant deux mois de chauffage pour évaluer la performance de la commande optimale et l'économie d'énergie apportée par cette commande.

Les études sur la commande optimale que nous avons menées auraient pu être avantageusement complétées par un suivi expérimental, mais le temps dont nous disposons ne nous l'a pas permis. Cependant, les résultats que nous avons obtenu montrent clairement qu'on peut très facilement mettre en oeuvre un tel système de commande.

## PARTIE I

### MODELISATION DE LA CHAUDIERE A CHARBON (MODELE FIN)

#### 1 - INTRODUCTION

L'étude du comportement des systèmes de chauffage et l'évaluation des performances des stratégies de commande nécessitent des modèles de composants élémentaires tels que la chaudière, le tuyau, l'émetteur, etc... Ces modèles dits modèles de connaissance, basés sur la description physique des phénomènes concernés, doivent être capable de simuler les comportements dynamique et statique de l'élément et d'estimer les influences des différents facteurs intervenant.

Beaucoup de modèles de chaudière au fioul ou au gaz, détaillés ou simplifiés, ont été développés pour des applications différentes [SAUL.82], [GAUF.76], [LARE.88]. Il existe aussi des modèles détaillés de chaudière à charbon. Mais ces modèles s'adressent essentiellement à des chaudières de grande puissance dont la combustion du charbon diffère de celle des chaudières à grille. Nous pouvons citer le modèle de chaudière à charbon pulvérisé [LOCK.86], les modèles de chaudière à charbon en lit fluidisé [BARO.78], [MEZN.85]. Ces modèles prennent en compte tous les détails de la combustion du charbon et des transferts de chaleur dans la chaudière. Ils sont par conséquent très lourds à mettre en oeuvre, et difficiles à utiliser pour la simulation de comportement dynamique de la chaudière. On peut trouver aussi des modèles qui ont pour objet d'analyser les caractéristiques spécifiques des chaudières tels que la combustion de charbon en couche [WINS.76], [THOR.76], les transferts de chaleur dans les couches du charbon [SAKA.57]. Il n'existe, par contre, que très peu de travaux sur des modèles de chaudière à charbon, en particulier de chaudière à grille, qui ne soient pas trop détaillés tout en gardant une description correcte du comportement dynamique de la chaudière.

Pour pallier cette absence, nous développons dans cette partie un modèle fin de chaudière à charbon dont le but est de décrire de façon satisfaisante les comportements dynamique et statique de la chaudière.

Quel que soit le combustible utilisé au niveau de la chaudière, deux phénomènes distincts interviennent :

- la combustion du combustible dans le foyer,
- les transferts de chaleur dans le foyer et l'échangeur.

Le modèle de chaudière que nous voulons établir doit donc prendre en compte ces deux phénomènes essentiels.

Pour les chaudières au gaz ou au fioul, la combustion procède de la réaction des gaz entre eux (le gaz naturel et l'air) à température élevée, ou de celle de l'air avec les liquides pulvérisés à température élevée. Ces réactions sont très rapides, l'inertie de la combustion est donc très inférieure à celle des transferts de chaleur. Pour modéliser le comportement dynamique des chaudières au gaz ou au fioul, cette combustion peut alors être considérée comme un processus instantané, et cela ne modifie pas la caractéristique dynamique de la chaudière. La modélisation d'une telle chaudière ne nécessite donc que la description du comportement dynamique des transferts de chaleur.

Dans les cas de chaudières à charbon, il apparaît un phénomène spécifique : la combustion du charbon. Il s'agit d'un processus de combustion de matériau solide dont les caractéristiques sont très différentes de celles de la combustion du gaz ou du fioul.

La combustion du charbon ne peut plus être traitée comme un processus instantané car la vitesse de réaction entre le solide et le gaz dépend de nombreux facteurs, et l'inertie de la combustion n'est plus négligeable par rapport à celle des transferts de chaleur. Le comportement dynamique de la combustion du charbon influe donc sur celui de la chaudière. Par conséquent une description plus détaillée de la combustion dans le modèle est alors indispensable.

Nous avons à cette fin développé dans cette partie un modèle fin de chaudière à charbon qui prend en compte à la fois les théories de la combustion de combustible solide, et des transferts de chaleur. Ce modèle comporte donc deux parties principales :

- la modélisation de la combustion du charbon sur grille ;
- la modélisation des transferts de chaleur dans la chaudière.

Dans le chapitre 2, nous décrirons d'abord la structure générale, les fonctionnements et les caractéristiques de la chaudière à charbon. Ensuite, nous présenterons successivement les propriétés des charbons, les aspects physico-chimiques de la combustion de combustible solide, les caractéristiques de la combustion du charbon en couche, et les facteurs particuliers à la combustion du charbon.

Le chapitre 3 concernera la modélisation de la chaudière à charbon. Un modèle de la combustion du charbon en couche et un modèle des transferts de chaleur seront élaborés.

Le modèle de la combustion du charbon comprend trois phases principales :

- l'échauffement du charbon ;
- la combustion primaire ;
- la combustion secondaire.

En ce qui concerne les transferts thermiques, un modèle du troisième ordre qui permet de calculer séparément les transferts de chaleur dans le foyer et ceux dans l'échangeur est développé. Les paramètres des transferts thermiques sont déterminés à partir de données expérimentales et/ou par approximations.

Le progiciel ASTEC 3 a été utilisé pour les simulations. Nous décrivons les représentations du modèle développé, notamment les topologies dans le formalisme propre à ce progiciel.

La validation du modèle développé est également effectuée. Dans le chapitre 4, l'évaluation des paramètres du modèle et les comparaisons entre les simulations et les expérimentations seront présentées. Nous montrerons par ailleurs comment utiliser ce modèle développé pour évaluer l'influence de la variation de certains paramètres sur le comportement de la chaudière.

## **2 – DESCRIPTION GENERALE DE LA STRUCTURE D'UNE CHAUDIERE A CHARBON ET DE LA COMBUSTION DU CHARBON**

### **2.1 – Chaudière à Charbon**

Les chaudières à charbon utilisées pour les besoins de chauffage sont généralement des chaudières dites à grille. Ce type de chaudière comportent une grille sur laquelle la combustion du charbon se produit et un échangeur dans lequel s'effectue les transferts de chaleur. La chaudière que nous avons modélisé appartient aux chaudières à grille.

#### **2.1.1 - CHAUDIERE A GRILLE**

Selon la puissance de la chaudière, la façon dont s'effectue la combustion et le mode d'utilisation, nous pouvons distinguer plusieurs types de chaudières à grille :

*- Chaudière automatique :*

Ce type de chaudière est destiné à la production d'eau chaude ou de vapeur à basse pression. Il est très adapté aux installations de chauffage individuel ou collectif. Son rendement est de 85 % à 92 % à allure nominale dans les conditions d'essais. Sa puissance s'échelonne de 40 à 3 000 kW.

*- Chaudière à brûleur à vis :*

Ce type de chaudière ayant une gamme de puissance de 100 à 2 500 kW est adapté à la petite industrie et au chauffage collectif.

*- Grille à chaîne mobile :*

La grille à chaîne mobile permet d'obtenir, avec des chaudières performantes, des rendements de 80 % à 85 %. Elle est économiquement utilisable pour des industries grosses consommatrices de vapeur dans la gamme des puissances thermiques comprises entre 2 000 et 45 000 kW.

*- Grille vibrante :*

Ce type de grille permet de brûler une variété plus étendue de catégorie de charbon et peut être utilisé dans une gamme de puissances de 1 500 à 25 000 kW.

*- Grille à projection mécanique :*

Elle est utilisée pour des puissances importantes (supérieures à 20 000 kW).

Parmi les chaudières citées ci-dessus, la chaudière automatique est très prisée tant pour l'équipement de chauffages centraux individuels que pour celui de chauffages collectifs (secteurs résidentiels et tertiaires). C'est pour cette raison que nous avons choisi d'étudier et de modéliser ce type de chaudière.

### 2.1.2 - STRUCTURE D'UNE CHAUDIERE AUTOMATIQUE

La chaudière automatique est généralement constituée de deux parties principales : le foyer et l'échangeur (voir Figure 2-1).

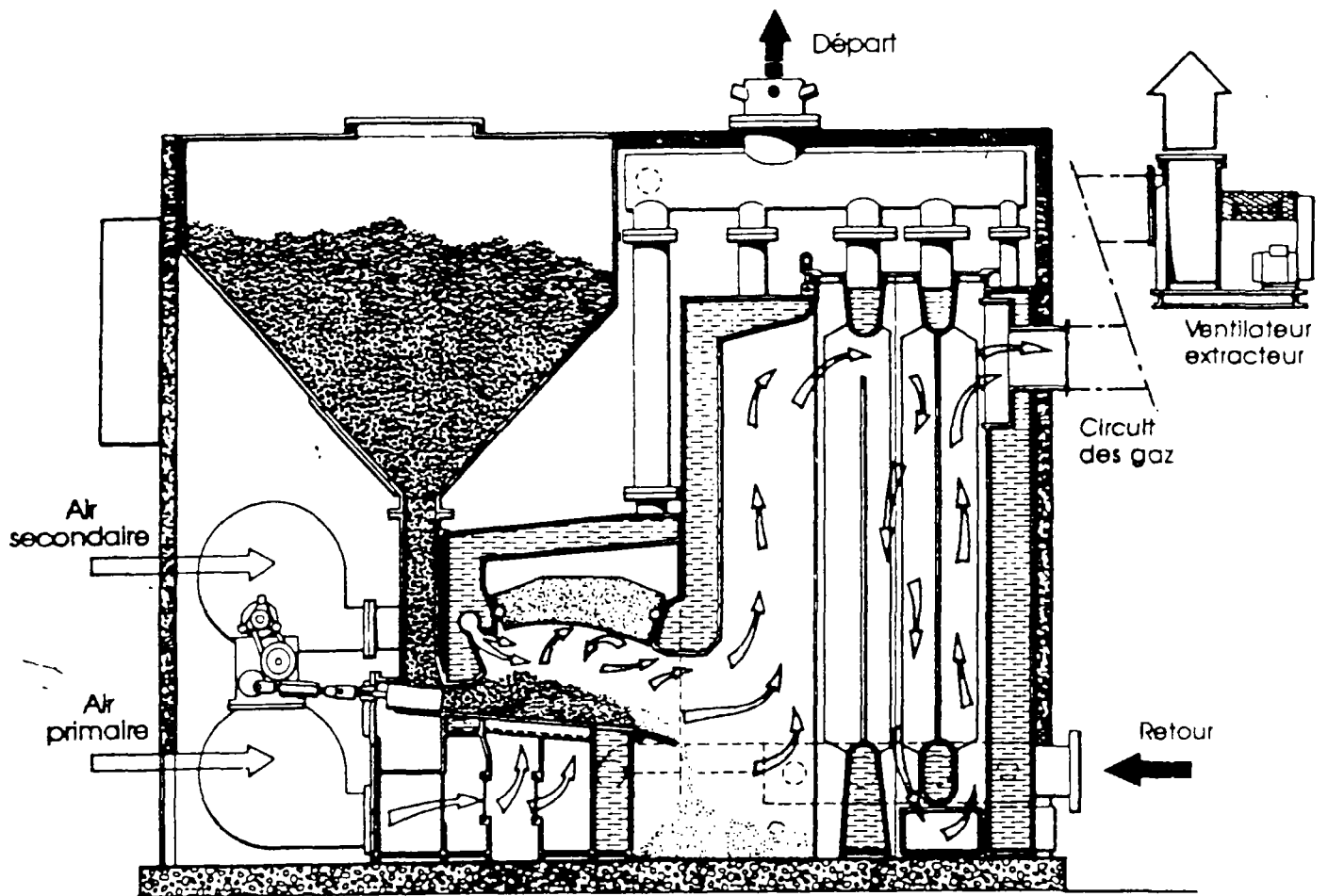


Figure 2-1 : Chaudière à charbon

Le foyer situé sous une trémie comporte une grille sur laquelle la combustion du charbon s'opère, et une voûte d'allumage en matériau réfractaire qui aide la combustion du charbon. La grille du foyer, fixe, est constituée d'une sole en acier refroidie par circulation d'eau. Le charbon stocké dans la trémie est amené par un poussoir sur la grille sur toute sa largeur.

Le poussoir, animé d'un mouvement de va-et-vient par l'intermédiaire d'un groupe moto-réducteur, permet le réglage du débit de charbon. En même temps, il joue un rôle de séparation entre le foyer et la trémie pour éviter que le feu ne s'y communique.

L'air de combustion est soufflé par deux ventilateurs :

- un ventilateur d'air primaire sous la sole ;
- un ventilateur d'air secondaire dans le foyer.

L'air primaire est insufflé en passant les caissons sous la grille, au travers de la couche pour la combustion du charbon. L'air secondaire entre dans le foyer pour faciliter la combustion des matières volatiles et des imbrûlés gazeux.

L'échangeur comporte des éléments verticaux qui permettent le transfert de chaleur des gaz chaud à l'eau. L'eau traverse soit parallèlement, soit successivement, le foyer et l'échangeur. Dans le premier cas (voir figure 2-1), deux circuits d'eau distincts passent parallèlement au foyer et à l'échangeur pour récupérer la chaleur provenant de la combustion. Un collecteur situé aux sorties des eaux du foyer et de l'échangeur permet leur mélange. Dans le deuxième cas, il n'existe qu'un circuit d'eau dans la chaudière.

Grâce à son principe de fonctionnement et à un automatisme très poussé, ce type de chaudière accepte une très large variété de combustibles solides à cendres infusibles : charbons maigres ou flambants, secs ou gras, dont le calibre est compris entre 5 et 20 mm et d'indice de gonflement inférieur à 5.

La puissance fournie par la chaudière est fonction de la vitesse de déplacement du poussoir dont dépend la quantité de combustible amenée dans le foyer. Le rendement de ce type de chaudière est 85 % à 92 % à puissance nominale.

### 2.1.3 - FONCTIONNEMENT - AUTOMATICITE

En général, les chaudières schématisées dans la figure (2-1) sont entièrement automatiques.

Lorsqu'il y a demande de chaleur, le poussoir commence à effectuer un mouvement continu alternatif. En position arrière, il libère l'orifice de la trémie et introduit une petite quantité de combustible. En avançant, il fait ensuite progresser lentement la masse du charbon sur la grille. A l'extrémité de la grille les mâchefers tombent dans un cendrier qui est vidé périodiquement à l'aide d'une vis d'extraction. Le mécanisme de fonctionnement du poussoir est équipé d'un dispositif de protection pouvant conduire, en cas de présence d'un corps étranger au combustible, à la mise en sécurité de la chaudière.

Le réglage de débit d'air est réalisé par un volet motorisé dont l'ouverture et la fermeture sont actionnées par un vérin électrique. La distribution d'air primaire est assurée sous la grille par des compartiments à réglages de débit indépendants.

L'air secondaire, à débit réglable, est insufflé dans le foyer sur toute sa largeur.

Un thermostat est généralement utilisé pour la commande de la chaudière. A la coupure thermostatique, le fonctionnement de la chaudière est soumis aux interventions suivantes:

- Le groupe moto-réducteur de poussoir est maintenu en fonctionnement jusqu'à l'obturation de la descente du charbon.
- Le ventilateur d'air primaire s'arrête. Le volet d'admission d'air primaire se ferme.
- Le ventilateur d'air secondaire continue à fonctionner pendant un temps programmable avant sa mise à l'arrêt.

A la demande thermostatique, on a successivement les interventions suivantes :

- le ventilateur d'air secondaire est mis en service, et le ventilateur d'air primaire est commuté en vitesse réduite. Le volet d'admission d'air primaire s'ouvre.
- le ventilateur d'air primaire est commuté en vitesse normale.
- le groupe moto-réducteur est mis en service.

## **2.2 – Combustion du Charbon**

### **2.2.1 - CARACTERISTIQUES DU CHARBON**

Le charbon est constitué essentiellement de carbone, hydrogène et oxygène. En outre, il renferme toujours une faible proportion d'azote (de l'ordre de 0,5 à 2 %). Il peut éventuellement contenir du soufre en proportion très variable comprise entre 0 et 3 à 4 %.

Nous rappellerons ci-dessous très succinctement les caractéristiques qui déterminent le comportement des charbons dans les appareils d'utilisation.

#### **2.2.1.1 - Pouvoir calorifique**

On appelle " pouvoir calorifique" la quantité de chaleur dégagée par la combustion complète d'un kilogramme de combustible solide. Il est exprimé en kcal/kg ou kJ/kg.

Deux pouvoirs calorifiques sont utilisés :

- le Pouvoir Calorifique Supérieur ou PCS : l'eau provenant du combustible ou formée en cours de combustion se retrouve en totalité à l'état condensé dans les produits de combustion ;
- le Pouvoir Calorifique Inférieur ou PCI : l'eau provenant du combustible ou formée en cours de combustion reste au stade final à l'état de vapeur dans les produits de combustion.

Le pouvoir calorifique du charbon dépend de la teneur en stérile et de la teneur en humidité, sa valeur est de l'ordre de 35000 kJ/kg.

#### **2.2.1.2 - Humidité**

L'humidité des charbons a deux origines :

- l'humidité externe située à l'extérieur des grains de charbon sous forme d'un film d'eau ;
- l'humidité interne retenue dans les pores du charbon.

L'humidité totale détermine la valeur d'usage du charbon. Elle réduit la chaleur utilisable du combustible de diverses manières :

- l'eau est un inerte au même titre que les stériles ;
- la vaporisation de l'eau consomme de la chaleur ;
- la vapeur d'eau dégagée accroît le volume des fumées.

#### **2.2.1.3 - Matières volatiles**

Chauffé à l'abri de l'air, le charbon dégage une certaine quantité de matières volatiles constituées par des gaz et des vapeurs condensables: vapeur d'eau, huiles et goudrons.

On définit le "Taux de Matières Volatiles" comme la perte de poids subie par un échantillon de charbon lorsqu'il est chauffé dans des conditions bien déterminées.

#### 2.2.1.4 - Propriétés plastiques

Le charbon, au cours de son échauffement, se ramollit, gonfle puis se resolidifie, donnant naissance à un corps bulleux. Ces caractéristiques des charbons jouent un rôle important dans leur comportement dans les foyers puisqu'elles modifient l'état extérieur des charbons.

L'Indice de Gonflement" est souvent utilisé pour qualifier les propriétés plastiques des charbons.

#### 2.2.1.5 - Calibrages des charbons destinés aux chaudières

Les charbons utilisés dans l'industrie sont généralement livrés après un classement granulométrique effectué au moyen de cribles. Les dénominations les plus fréquentes sont les suivantes :

Dénomination	Diamètre correspondant
Pulvérulents	0-1 mm à 0-2 mm
Fins	0-5 mm à 0-10 mm
Grains	6-10 mm à 10-20 mm
Noisettes	15-35 mm à 20-30 mm
Noix	30-50 mm
Gailletins	50-80 mm
Gros calibrés	80-120 mm à 80-250 mm

#### 2.2.1.6 - Stérile

Le charbon sortant de la mine renferme, à côté de la matière organique constituant le charbon proprement dit, des matières minérales qu'on appelle "stérile".

La teneur en stérile d'un charbon est généralement caractérisée par son "taux de cendre". C'est le rapport entre le poids des cendres et le poids du charbon initial.

A partir de 900°C, les cendres passent de l'état solide à l'état liquide à travers une succession d'états intermédiaires (contraction, frittage, fusion, pâteux) sur un intervalle de températures de plusieurs centaines de degrés.

Lorsque les cendres atteignent l'état pâteux, elles s'agglomèrent en mâchefers imperméables à l'air. Ceci peut être la cause de nombreuses difficultés de fonctionnement du foyer. On utilise comme critère de fusibilité des cendres, le point de fusion  $T_f$  qui sert à classer les charbons :

Dénomination	Point de fusion
charbon à cendres très fusibles	$T_f < 1200^\circ\text{C}$
charbon à cendres moyennement fusibles	$1200^\circ\text{C} \leq T_f < 1350^\circ\text{C}$
charbon à cendres peu fusibles	$1350^\circ\text{C} \leq T_f < 1450^\circ\text{C}$
charbon à cendres très peu fusibles	$T_f \geq 1450^\circ\text{C}$



## 2.2.2 - CARACTERISTIQUES DE LA COMBUSTION DU CHARBON

La combustion du charbon est une réaction chimique à température élevée entre un combustible solide et l'oxygène qui conduit à la libération d'énergie calorifique. La chaleur dégagée par la combustion peut être utilisée pour le chauffage lorsque l'attaque de l'oxygène d'un corps combustible est suffisamment rapide. En terme d'économie, la combustion doit être contrôlée pour réduire les pertes de chaleur à leurs valeurs minimales. Nous rappelons ci-dessous les caractéristiques de la combustion.

### 2.2.2.1 - Comburant

L'oxygène nécessaire à la combustion est apporté par un comburant. Celui-ci est en général l'air atmosphérique.

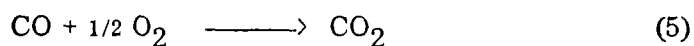
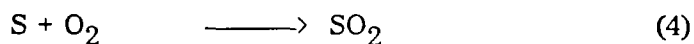
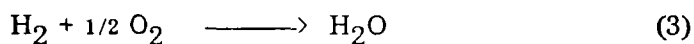
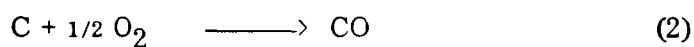
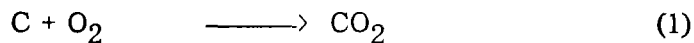
La composition moyenne en volume de l'air atmosphérique sec est la suivante :

Oxygène	:	20,8 %
Azote	:	78,2 %
Argon	:	0,93 %
Gaz carbonique	:	0,03 %.

### 2.2.2.2 - Réactions chimiques intervenant dans la combustion du charbon

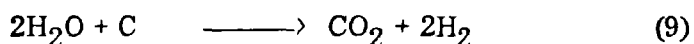
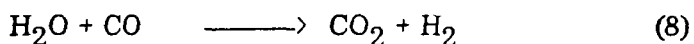
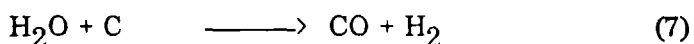
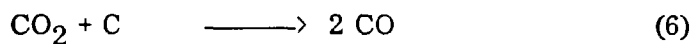
Lorsque le charbon est mis en contact avec de l'air, deux sortes de réaction interviennent :

#### a) Les réactions d'oxydation



Toutes ces réactions sont exothermiques, et tous les produits de combustion sont gazeux.

#### b) Les réactions de réduction



Exceptée la réaction (8), elles sont toutes endothermiques.

Ces réactions de réduction donnent naissance à des corps gazeux combustibles. Il en résulte que si la quantité d'air n'est pas suffisante pour oxyder les composés néo-formés, ces gaz imbrûlés se retrouveront dans les fumées.

### 2.2.2.3 - Combustion stoechiométrique

La combustion stoechiométrique, encore appelée combustion neutre, est une combustion complète et réalisée sans excès d'air ni défaut d'air. C'est une combustion idéale dans laquelle les fumées ne contiennent que du  $\text{CO}_2$ , de l' $\text{H}_2\text{O}$ , du  $\text{SO}_2$ , et de l' $\text{N}_2$ .

Le pouvoir comburivore et le pouvoir fumigène caractérisent cette combustion.

#### a) *Pouvoir comburivore*

C'est la quantité d'air sec nécessaire à la combustion neutre d'un kg de ce combustible. Il s'exprime en poids (kg d'air/kg) ou en volume ( $\text{m}^3$  d'air/kg).

#### b) *Pouvoir fumigène*

On appelle "pouvoir fumigène" le poids ou le volume des fumées dégagées par la combustion neutre d'un kg de ce combustible. Il s'exprime :

- en fumées humides lorsque l'eau est à l'état de vapeur ;
- en fumées sèches lorsque l'eau présente dans les fumées est condensée.

### 2.2.2.4 - Combustion oxydante

Dans un foyer, le temps de contact entre les combustibles et l'oxygène est très limité. De ce fait, certaines molécules n'ont pas la possibilité de s'associer aux molécules d'oxygène et constituent les imbrûlés présents dans les gaz produits.

Généralement, pour remédier à ce phénomène, on augmente la concentration en oxygène en admettant dans la chambre de combustion un volume d'air supérieur au pouvoir comburivore. L'excès d'air ainsi mis en oeuvre dépend de la nature du combustible brûlé, de sa granulométrie et du type de chambre de combustion.

Le taux d'excès d'air  $e\%$  est défini par la relation :

$$\frac{e\%}{100} = \frac{V_a - V_{pc}}{V_{pc}}$$

avec  $V_a$  : Volume d'air (kg air/kg)  
 $V_{pc}$  : Pouvoir comburivore.

La combustion est dite "oxydante" lorsque les produits de combustion sont exempts d'imbrûlés. La composition des fumées est alors la suivante :

$\text{N}_2$ ,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ , plus éventuellement  $\text{SO}_2$ ,  $\text{SO}_3$  et  $\text{O}_2$ .

La combustion oxydante correspond au fonctionnement optimal des foyers. L'excès d'air doit être réglé au minimum afin de diminuer les pertes par les fumées.

En pratique, l'excès d'air est de l'ordre de 50 % à 70 % pour les chaudières à charbon en grains.

#### **2.2.2.5 - Combustion réductrice**

C'est une combustion incomplète avec défaut d'air qui donne naissance à des fumées contenant des imbrûlés gazeux comme CO sans présence d'oxygène. La composition des fumées est alors la suivante :

$N_2$ ,  $CO_2$ ,  $H_2O$ ,  $SO_2$ , CO si c'est le seul imbrûlé.

#### **2.2.2.6 - Combustion mixte**

Une combustion est dite mixte lorsqu'elle est incomplète (avec imbrûlés gazeux) mais avec présence d'oxygène dans les fumées.

La composition des fumées est la suivante :

$N_2$ ,  $CO_2$ ,  $H_2O$ , CO,  $O_2$  et éventuellement  $SO_2 + SO_3$ .

On peut distinguer :

- les combustions mi-oxydantes réalisées avec un excès d'air ;
- les combustions mi-réductrices réalisées avec un défaut d'air ;
- les combustions incomplètes avec des quantités d'air théoriques pour lesquelles  $e\% = 0$ .

Dans les cas de chaudière à charbon, les causes de la combustion mixte sont multiples, et dues particulièrement à :

- une mauvaise répartition d'air dans la couche de combustible. Certaines régions du foyer dégagent des fumées oxydantes, d'autres des fumées réductrices ;
- la décomposition des gaz tels que  $CO_2$  et  $H_2O$  au-dessus du foyer par suite de la chaleur dégagée, qui sont entraînés dans des régions plus froides.

### **2.2.3 - ASPECTS PHYSICO-CHIMIQUES DE LA COMBUSTION DU CHARBON SUR GRILLE**

Considérons une tranche de charbon qui, traversée par un flux d'air, vient d'être déposée sur une grille. Trois phénomènes principaux peuvent être distingués au cours de sa combustion :

- 1) Echauffement du combustible et dégagement des matières volatiles ;
- 2) Combustion primaire : l'oxydation du carbone en  $CO_2$  ou CO ;
- 3) Combustion secondaire : la transformation chimique en phase gazeuse des matières volatiles et des gaz imbrûlés.

Nous décrirons successivement ces trois phénomènes.

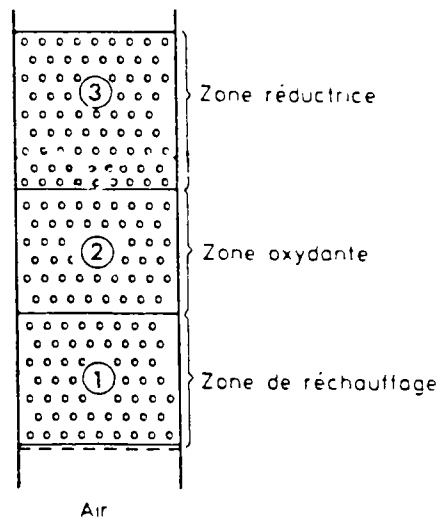
### 2.2.3.1 - Echauffement du charbon et pyrogénéation

Dès que le charbon est placé sur la grille, il s'échauffe, d'une part par conduction à partir de la tranche de charbon voisine déjà enflammée, et d'autre part par le rayonnement issu de la chambre de combustion (voûte et flammes). Le flux thermique reçu par rayonnement est très supérieur à celui transmis par conduction. Simultanément, une certaine quantité de chaleur est cédée par convection au courant d'air qui traverse la couche de charbon.

Lorsque le charbon s'échauffe, les matières volatiles dans le charbon commencent à se dégager. La vitesse de dégagement des matières volatiles n'est sensible qu'au dessus d'une certaine température (seuil de pyrogénéation) peu inférieure à 400°C, puis elle croît très rapidement, passe par un maximum pour une température comprise généralement entre 450°C et 500°C. Toutes les matières volatiles se dégagent pratiquement lorsque la température du charbon atteint 1000°C.

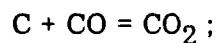
### 2.2.3.2 - Combustion primaire

La combustion primaire est la combustion du charbon dévolatilisé. Lorsque la température du charbon est suffisamment élevée, la surface de la couche de charbon s'enflamme, la combustion se propage alors vers le bas de la couche de charbon. Trois zones différentes, de bas en haut, peuvent être distinguées (la figure 2-2) :

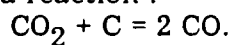


**Figure 2-2 : Zones de combustion du charbon en couche**

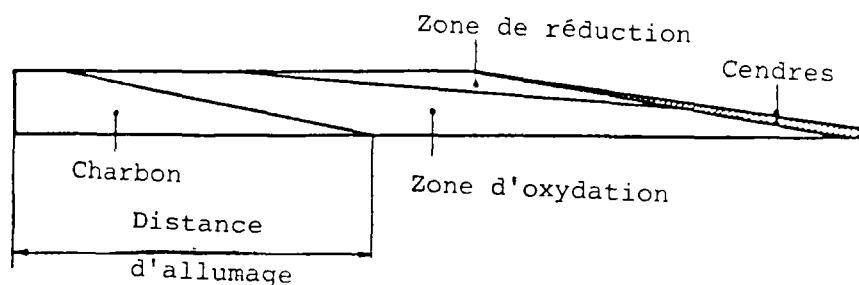
- la zone de préchauffe ;
- la zone d'oxydation dans laquelle se produit la combinaison du carbone avec l'oxygène de l'air suivant la réaction :



- la zone de réduction où se produit la réaction :



Si on considère l'ensemble de la couche de charbon sur une grille, elle présente à un instant donné l'allure indiquée par la figure (2-3), et si les conditions de combustion (hauteur initiale de la couche, vitesse du courant d'air, vitesse de mouvement du charbon) demeurent constantes, il s'établit un régime permanent.



**Figure 2-3 : Couche du charbon**

A partir de la figure (2-3), nous pouvons constater qu'après un certain parcours, qu'on appelle "distance d'allumage", le plan d'inflammation atteint la grille, la couche de charbon ne comporte plus qu'une zone d'oxydation surmontée éventuellement d'une zone de réduction.

La limite de la zone d'inflammation se trouve sur un plan incliné dont la pente dépend du rapport de la vitesse de propagation de la combustion à la verticale et de la vitesse de déplacement de la couche du charbon à l'horizontale. S'il s'agit d'un charbon gonflant, les grains de charbon se dilatent dans la zone d'allumage, de sorte que la hauteur de la couche va d'abord en croissant. Par suite de la combustion, la hauteur de la couche diminue et il ne reste plus à l'extrémité de la grille que des cendres.

Afin d'avoir une fonction optimale de la conduite de chaudière, le débit d'air des compartiments sous la grille doit être réduit lorsque la zone de réduction disparaît, pour que l'excès d'air de combustion soit le plus faible possible. En principe, un tel réglage de la répartition longitudinale du débit d'air primaire doit être adapté aux caractéristiques du combustible consommé.

La caractéristique dynamique de combustion peut être représentée par la vitesse massique de combustion (masse de charbon brûlé par unité de temps rapportée à la masse de charbon présent). Cette dernière est influencée par de nombreux facteurs, notamment par :

#### *a) Les caractéristiques du charbon*

Parmi les nombreuses caractéristiques du charbon, celles qui interviennent le plus dans la combustion sont le taux de matières volatiles et les propriétés plastiques.

Plus le taux de matières volatiles est élevé, plus la vitesse de la combustion du charbon est grande, car la combustion des gaz est beaucoup plus rapide que celle des combustibles solides.

Au cours du dégagement des matières volatiles, la masse solide devient pâteuse et, sous la poussée interne des gaz qui se dégagent, elle gonfle et prend une structure bulleuse, ce qui modifie l'importance des surfaces de contact entre l'air et le combustible.

#### *b) La vitesse du courant d'air*

Lorsque la température du charbon est suffisamment élevée, la vitesse de réaction entre le carbone et l'oxygène est à peu près proportionnelle à la vitesse du courant d'air.

c) *Le diamètre des grains*

La vitesse massique de combustion est d'autant plus grande que le diamètre des grains est petit. On constate qu'elle est inversement proportionnelle au diamètre des grains pour le coke. L'explication est que la superficie totale par unité de masse de grains augmente lorsque le diamètre des grains diminue.

d) *La hauteur de couche de charbon*

La composition des gaz produits par la combustion primaire évolue en fonction de la hauteur de la couche de charbon comme l'indique la figure (2-4).

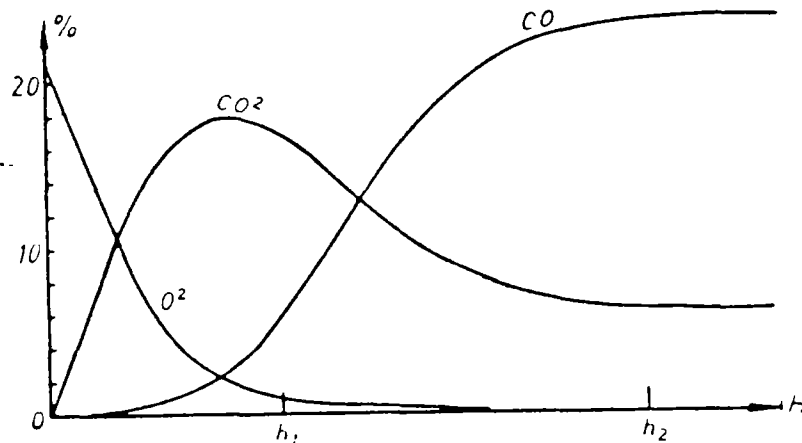


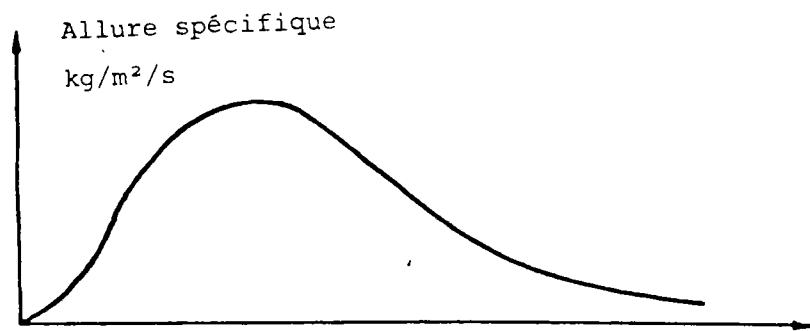
Figure 2-4 : Composition des gaz en fonction de la hauteur

L'oxygène décroît d'abord rapidement puis de moins en moins vite pour tendre vers zéro à une hauteur  $h_1$ . La teneur en CO apparaît avant que tout l'oxygène ait disparu, elle croît lorsque la hauteur de la couche augmente, puis tend vers une valeur stable au-delà d'une certaine hauteur  $h_2$ . La teneur en CO<sub>2</sub> croît d'abord symétriquement à la décroissance de celle en oxygène, puis diminue lorsque la présence en CO commence à croître rapidement.

e) *La température de charbon*

La vitesse de réaction entre le carbone et l'oxygène est d'autant plus élevée que la température du charbon est plus élevée.

Du fait du nombre important de facteurs qui interviennent dans la combustion primaire, l'état de combustion est très différent d'un point à l'autre de la grille. La figure (2-5) montre la variation de l'allure spécifique de combustion (exprimée en kg/m<sup>2</sup>.seconde) le long de la grille.



**Figure 2-5 : Allure spécifique de combustion en couche**

Elle est très faible au début de la grille, passe par un maximum et décroît jusqu'à devenir nulle à l'extrémité de la grille. Ce phénomène peut s'interpréter de la façon suivante :

Au début de la grille, la température du charbon n'est pas suffisamment élevée, la vitesse massique de combustion est donc basse, et il s'ensuit que l'allure spécifique est faible. Elle devient plus importante lorsque la température du charbon est plus élevée. Mais au fur et à mesure que la combustion se développe, la quantité de charbon sur la grille diminue et l'allure spécifique décroît donc vers zéro.

#### **2.2.3.3 - Combustion secondaire**

Lorsque le charbon est déposé sur la grille, il s'échauffe puis subit une pyrolyse au cours de laquelle les matières volatiles se dégagent. Celles-ci s'enflamment à la surface de la couche et dans le foyer. La combustion dite secondaire correspond donc à l'oxydation, en phase gazeuse, des matières volatiles auxquelles peut se mêler éventuellement de l'oxyde de carbone issu de la réaction de réduction intervenant au cours de la combustion primaire.

L'air secondaire est introduit pour faciliter la combustion des matières gazeuses. Le débit d'air secondaire doit être d'autant plus grand que la teneur en matières volatiles (ou l'indice de matières volatiles) est plus élevée.

La vitesse de la combustion secondaire est très élevée puisque qu'elle correspond à des réactions entre gaz chauds.

Nous avons rappelé ci-dessus la structure générale de la chaudière à charbon et les caractéristiques principaux des charbons et de la combustion de combustible solide. Ce rappel peut, peut être nous aider à comprendre plus facilement le modèle de chaudière que nous allons présenter dans le chapitre suivant.

### **3 – MODELISATION DE LA CHAUDIERE A CHARBON**

La modélisation de la chaudière à charbon se scinde en deux parties distinctes : le développement d'un modèle de la combustion du charbon et le développement d'un modèle des transferts de chaleur dans la chaudière.

#### **3.1 – Modélisation de la combustion du charbon**

Comme nous l'avons présenté ci-dessus, la combustion du charbon sur grille est un phénomène complexe qui relève d'un processus physico-chimique régit par de nombreux paramètres, notamment par :

- la nature du charbon ;
- la vitesse du courant d'air soufflé sous la grille ;
- le diamètre des grains et l'état superficiel du charbon ;
- la concentration du comburant ;
- la hauteur de la couche de charbon ;
- la température du charbon.

Pour aboutir à un modèle précis et complet, il faudrait donc déterminer une fonction qui prenne en compte toutes ces différentes variables et qui serait donc très compliquée, non seulement à cause du nombre de variables, mais surtout à cause de l'interdépendance de ces dernières. L'analyse bibliographique montre qu'une telle fonction n'a encore été établie complètement pour aucun combustible solide.

Le modèle que nous allons développer a pour objectif de simuler le comportement dynamique d'une chaudière à charbon. Nous ne prendrons donc en considération que les éléments essentiels tels que la température des gaz et de l'eau, la vitesse de combustion, la température du charbon etc. en négligeant la description détaillée de la combustion du charbon, du mouvement des gaz, ... . Ainsi il est possible, à partir des théories de la combustion, de simplifier les éléments à modéliser et d'obtenir un modèle fin de la combustion du charbon.

Puisque la combustion du charbon peut être décomposée en trois phases : l'échauffement du charbon, la combustion primaire et la combustion secondaire, nous pouvons établir trois groupes d'équations pour représenter respectivement ces trois phases.

Pour simplifier le modèle, nous supposons en première approximation que le rendement de la combustion primaire, autrement dit le rapport  $CO/CO_2$  des gaz sortant de la couche de charbon, et le rendement de la combustion secondaire sont constants. Cette hypothèse ne modifie pas la description des comportements dynamiques de la combustion qui est l'intention principale de notre modèle, elle simplifie par contre considérablement l'élaboration de ce dernier. Mais cette hypothèse implique que l'on ne peut pas estimer, à partir de ce modèle, le pourcentage de CO dans les fumées. La détermination de ce pourcentage nécessiterait des calculs très importants, ce qui rendrait le modèle trop complexe.

##### **3.1.1 – MODELISATION DE LA COMBUSTION PRIMAIRE**

Le modèle de la combustion primaire est basé sur les équations de bilan massique du charbon sur la grille (équations de base) qui permet de calculer la masse de charbon sur la grille, la masse de charbon brûlé ainsi que l'énergie dégagée par la combustion primaire. Nous décrivons ces équations dans le sous-chapitre 3.1.1.2.

La résolution de ces équations de base nécessite la connaissance de la vitesse massique de la combustion qui est fonction de nombreux paramètres tels que la surface de réaction des grains, la vitesse d'oxydation, la concentration d'oxygène au centre du courant gazeux et la température du charbon. Le calcul de ces paramètres et la détermination de la vitesse massique de combustion sont les obstacles majeurs du développement du modèle. Leurs déterminations font l'objet des sous-chapitres 3.1.1.3 et 3.1.1.4.



### 3.1.1.1 - Hypothèse de base

Nous supposons au départ que toutes les matières volatiles contenues dans le charbon sont exclusivement brûlées dans la chambre de combustion (pas du tout dans la couche de charbon), et que la combustion d'un kg de matières volatiles dégage la même quantité d'énergie que celle dégagée par la combustion d'un kg de charbon dévolatilisé (autrement dit le même pouvoir calorifique inférieur PCI est utilisé pour les calculs de la combustion primaire et secondaire). Notons que ces hypothèses ne changent pas le bilan global de l'énergie. Nous ne considérerons donc ici que la combustion du carbone.

Du fait de la variation de l'allure de la combustion le long de la grille, nous décomposerons la grille en  $n$  zones (voir figure 3-1).

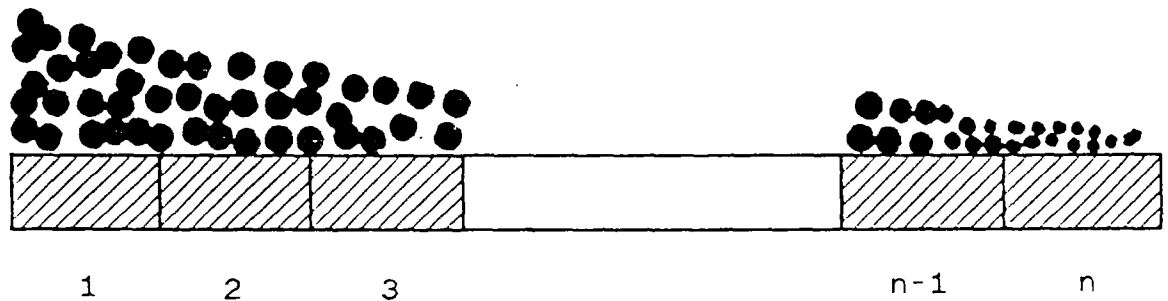


Figure 3-1 : Zones de la grille

Pour chaque zone nous attribuerons des valeurs moyennes concernant la température du charbon, le diamètre des grains et la hauteur de la couche de charbon. Nous supposons que dans chaque zone, le charbon se déplace à une vitesse constante. Le débit de charbon dans la zone  $n$  est plus faible que celui dans la zone  $n-1$  puisque la masse de charbon diminue au cours de sa combustion.

Nous supposons également que le charbon ne s'agglutine pas au cours de sa combustion. Cette hypothèse est vraie pour les charbons de faible teneur en matières volatiles ( $MV < 15\%$ ) et pour les charbons flambants secs ou les lignites qui ne fondent pas pendant la pyrolyse. Elle est acceptable pour les charbons flambants gras qui ont une faible aptitude à l'agglutination ( $IG < 5$ ).

Nous admettons enfin que le taux de vide dans la couche est le même pour toutes les zones. En effet, aucune loi de variation de taux de vide en fonction du diamètre des grains ne semble s'affirmer. Les études réalisées [REBO.54] font apparaître le taux de vide variant de 0,3856 à 0,4212. Nous prendrons pour le taux de vide la valeur 0,4 dans notre étude.

### 3.1.1.2 - Equations de base

On définit les variables suivantes pour chaque zone  $i$  ( $i=1,2,...,n$ ) :

- $M_{ci}(t)$	: Masse du charbon sur la grille	(kg)
- $V_{mci}(t)$	: Vitesse massique de combustion	(kg/kg.s)
- $D_c(t)$	: Débit de charbon	(kg/s)
- $D_{czi}(t)$	: Débit de charbon fourni à la zone suivante	(kg/s)
- $D_{mv}(t)$	: Débit des matières volatiles dégagées	(kg/s).

Une équation de bilan massique du charbon sur la grille est établie pour chaque zone, nous avons donc le groupe suivant d'équations de base :

$$\begin{aligned}
 \frac{dM_{c1}(t)}{dt} &= -V_{mc1}(t) \cdot M_{c1}(t) + D_c(t) - D_{cz1}(t) - D_{mv}(t) \\
 \frac{dM_{c2}(t)}{dt} &= -V_{mc2}(t) \cdot M_{c2}(t) + D_{cz1}(t) - D_{cz2}(t) \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 \frac{dM_{c(n-1)}(t)}{dt} &= -V_{mc(n-1)}(t) \cdot M_{c(n-1)}(t) + D_{cz(n-2)}(t) - D_{cz(n-1)}(t) \\
 \frac{dM_{cn}(t)}{dt} &= -V_{mcn}(t) \cdot M_{cn}(t) + D_{cz(n-1)}(t)
 \end{aligned} \tag{3-1}$$

A partir de cette équation de base, nous pouvons calculer la quantité du charbon présent sur la grille dans chaque zone  $M_{ci}$ . La masse de charbon brûlé par unité de temps dans chaque zone  $M_{cbi}(t)$  peut donc être déterminée facilement par la formule suivante :

$$M_{cbi}(t) = M_{ci}(t) \cdot V_{mci}(t) \quad (\text{kg/s})$$

L'énergie dégagée par la combustion primaire par unité de temps dans chaque zone  $Q_{pi}(t)$  est égale à :

$$Q_{pi}(t) = \text{PCI} \cdot M_{cbi}(t) \quad (\text{W})$$

avec PCI : Pouvoir calorifique inférieur (J/kg)

La puissance de la combustion primaire  $Q_p(t)$  est la somme des énergies dégagées dans chaque zone par unité de temps. Elle peut être déterminée par l'équation suivante :

$$Q_p(t) = \sum_{i=1}^n \text{PCI} \cdot M_{cbi}(t) \quad (\text{W}) \tag{3-2}$$

Cependant, pour résoudre les équations (3-1), il faut connaître les variables  $D_c$ ,  $D_{czi}$ ,  $D_{mv}$  et  $V_{mci}$ .

$D_c$  est le débit de charbon qui entre dans la chaudière, il est donc connu.

Le débit de charbon fourni à la zone suivante  $D_{czi}$  est donné par l'expression suivante:

$$D_{czi}(t) = \begin{cases} d[ M_{ci}(t) - M_{cmi} ] / dt & \text{si } M_{ci}(t) \geq M_{cmi} \\ 0 & \text{si } M_{ci}(t) < M_{cmi} \end{cases}$$

dans laquelle  $M_{cmi}$  est la masse maximale du charbon sur la grille dans la zone i. Elle est égale à :

$$M_{cmi} = H_{ci} \cdot S_{gi} \cdot \theta_c$$

où  $H_{ci}$  : Hauteur moyenne de la couche de charbon (m)  
 $S_{gi}$  : Surface de la grille ( $m^2$ )  
 $\theta_c$  : Densité du chargement de la couche ( $kg/m^3$ ).

$H_{ci}$  et  $\theta_c$  varient au cours de la combustion du charbon ; nous les calculerons plus tard (voir sous-chapitre 3.1.1.3).

Le débit des matières volatiles dégagées  $D_{mv}$  est fonction de la température du charbon, nous le déterminerons dans le modèle de la combustion secondaire (voir le sous-chapitre 3.1.2).

La résolution des équations (3-1) ne dépend donc que de la connaissance de la vitesse massique de combustion  $V_{mci}(t)$ .

Rappelons que la vitesse massique de combustion dépend de nombreux facteurs. La prise en compte de tous ces facteurs aboutirait à une fonction très complexe. Nous verrons donc dans le paragraphe suivant comment nous avons résolu ce problème en utilisant des hypothèses simplificatrices.

### 3.1.1.3 - Vitesse massique de combustion $V_{mci}(t)$

Pour simplifier l'écriture, nous utiliserons  $V_{mc}$ ,  $M_c$ ,  $M_{cb}$  à la place de  $V_{mci}(t)$ ,  $M_{ci}(t)$  et  $M_{cbi}(t)$  dans ce paragraphe.

Afin de rendre les analyses de ces phénomènes plus faciles, les grains de charbon seront traités comme des sphères de mêmes diamètres. Nous supposerons de plus que la réaction entre le carbone et l'air se déroule uniquement à la surface externe du charbon.

Si nous désignons par  $K_c$  la vitesse d'oxydation (la quantité d'oxygène consommée par unité de surface de charbon et par unité de temps), la vitesse massique de combustion peut s'écrire :

$$V_{mc} = f \cdot S_c \cdot K_c \quad kg/kg.s \quad (3-3)$$

avec  $S_c$  : Surface de réaction par kg de grains ( $m^2/kg$ )

$f$  : Masse de charbon consommée par kg d'oxygène ( $kg/kg$ )

La valeur du paramètre  $f$  est égale à 12/32 pour la réaction  $C+O_2=CO_2$ , et 6/32 pour la réaction :  $C + 1/2 O_2 = CO$ .

La combustion du charbon correspond aux réactions entre un solide (le carbone) et un gaz (l'oxygène). La vitesse d'oxydation est déterminée, en général, simultanément par le déroulement des réactions chimiques et par la diffusion du gaz. C'est-à-dire qu'elle dépend de la nature du solide, de la température, de la pression, du régime d'écoulement du gaz (notamment de sa vitesse) et de la concentration en oxygène.

Une même oxydation peut présenter des aspects différents selon la température. Lorsque cette dernière est suffisamment basse, le processus chimique est lent, le rôle de la diffusion du gaz est donc négligeable ; en conséquence, la vitesse d'oxydation est contrôlée par le processus chimique, donc par la température. Lorsque la température s'élève, le processus chimique s'accélère de telle sorte que la diffusion commence progressivement à intervenir comme facteur limitant, la vitesse d'oxydation est déterminée alors simultanément par ces deux facteurs. Enfin, si la température atteint un tel niveau que le processus chimique devient suffisamment rapide, c'est la diffusion seule qui contrôle la vitesse d'oxydation. Cette dernière est donc insensible à toute nouvelle augmentation de la température.

On peut donc pour une réaction donnée, définir approximativement deux températures  $T_1$  et  $T_2$  qui déterminent trois domaines :

- lorsque  $T < T_1$ , la vitesse de réaction est contrôlée uniquement par le processus chimique; elle croît avec la température et ne dépend pas de la vitesse du gaz.
- lorsque  $T_1 \leq T < T_2$ , les deux phénomènes interviennent simultanément et la vitesse de réaction dépend à la fois de la température et de la vitesse du gaz.
- lorsque  $T \geq T_2$ , la vitesse de réaction est déterminée uniquement par la diffusion ; elle croît avec la vitesse du gaz et ne dépend plus de la température.

Ces considérations peuvent être exprimées mathématiquement de la façon suivante [LOIS.56] :

Si nous définissons que la concentration moyenne d'oxygène au voisinage de la surface du charbon est  $Y_s$ , la vitesse d'oxydation est égale à :

$$K_c = h_c \cdot Y_s$$

où  $h_c$  est le coefficient du processus chimique ( $\text{kg}/\text{m}^2 \cdot \text{s}$ ).

La quantité d'oxygène traversant par diffusion l'unité de surface de charbon par unité de temps, soit  $dM_o/dS$ , a pour expression :

$$\frac{dM_o}{dS} = h_d \cdot (Y_o - Y_s)$$

avec :  $h_d$  : Coefficient de diffusion ( $\text{kg}/\text{m}^2 \cdot \text{s}$ )

$Y_o$  : Concentration en oxygène au centre du courant d'air.

En régime permanent, on doit avoir :

$$K_c = \frac{dM_o}{dS}$$

En éliminant  $Y_s$  à partir des trois relations précédentes, on aboutit à :

$$K_c = Y_o \frac{h_d \cdot h_c}{h_d + h_c} \quad (3-4)$$

En reportant cette expression dans l'équation (3-3), on obtient :

$$V_{mc} = f \cdot S_c \cdot Y_o \frac{h_d \cdot h_c}{h_d + h_c} \quad (3-5)$$

Nous utiliserons l'équation (3-5) pour calculer la vitesse massique de la combustion  $V_{mc}$ . Dans cette équation, la valeur de  $f$  est obtenue expérimentalement ou approximativement et nous la supposons constante dans chaque zone. Il convient donc de déterminer  $S_c$ ,  $Y_o$ ,  $h_d$  et  $h_c$  afin de calculer la vitesse massique de combustion  $V_{mc}$ .

**a) Calcul de la surface de réaction par kg de grains  $S_c$**

On assimile l'espace parcouru par le gaz dans la couche de charbon à une série de tubes parallèles et on définit un diamètre équivalent ou "diamètre hydraulique"  $D_h$  égal à [REBO.54] :

$$D_h = \frac{8 \cdot \delta \cdot d_c}{3 \cdot \pi \cdot (1 - \delta)} \quad (3-6)$$

avec :  $d_c$  : Diamètre moyen des grains de charbon (m)  
 $\delta$  : Taux de vide de la couche de charbon.

La surface de réaction par kg de grains  $S_c$  est alors égale à la surface totale des tubes de diamètre  $D_h$ , soit :

$$S_c = \pi \cdot D_h \cdot H_t \cdot n_t$$

avec  $H_t$  : Hauteur des tubes  
 $n_t$  : nombre de tubes par kg de grain

$n_t$  est défini par l'expression suivante :

$$n_t = \frac{\text{volume total d'air par kg de charbon}}{\text{volume d'un tube}}$$

soit :

$$n_t = \frac{\delta / \theta_c}{(H_t \cdot \pi \cdot D_h^2) / 4} = \frac{4 \cdot \delta}{\pi \cdot D_h^2 \cdot \theta_c \cdot H_t}$$

avec :  $\theta_c$  : Densité de la couche de charbon (kg/m<sup>3</sup>).

A partir des équations ci-dessus,  $S_c$  peut être obtenu par l'expression :

$$S_c = \frac{3 \cdot (1 - \delta)}{2 \cdot \theta_c \cdot d_c} \quad (\text{m}^2/\text{kg}) \quad (3-7)$$

Dans l'équation ci-dessus, le taux de vide est considéré comme constant.

Par contre, le diamètre des grains  $d_c$  va varier au cours de la combustion, d'une part dans le sens croissant en raison du gonflement du charbon lorsque la température du charbon s'élève ; d'autre part dans le sens décroissant puisque la masse du charbon diminue.

Dans le cas où le charbon ne gonfle pas au cours de la combustion, le diamètre des grains décroît du fait de la diminution de la masse de charbon. Désignons par  $M_{co}$  la masse initiale du charbon sur la grille ; nous avons donc :

$$\frac{n_c \cdot \pi \cdot d_c^3 \cdot m_c}{6} = \frac{M_c + q_c \cdot M_{co}}{(1 + q_c) \cdot M_{co}}$$

avec :  $M_{co}$  : Masse initiale du charbon sur la grille (kg)  
 $m_c$  : Masse volumique de charbon (kg/m<sup>3</sup>)  
 $n_c$  : Nombre de grains par kg de charbon (1/kg)  
 $q_c$  : Taux de cendre.

$n_c$  peut être calculé à partir de l'équation suivante :

$$\frac{n_c \cdot \pi \cdot d_{co}^3}{6} = \frac{1}{m_c}$$

soit :

$$n_c = \frac{6}{\pi \cdot d_{co}^3 \cdot m_c}$$

où :  $d_{co}$  est le diamètre initial des grains (m)

Le diamètre des grains  $d_c$  est donc égal à :

$$d_c = d_{co} \cdot \left[ \frac{M_c + q_c \cdot M_{co}}{(1 + q_c) \cdot M_{co}} \right]^{1/3} \quad (3-8)$$

Dans le cas où le gonflement des grains de charbon est important, nous supposons que la variation du diamètre des grains dû au gonflement est une fonction linéaire de la température du charbon, le diamètre des grains  $d_c$  a donc les expressions suivant :

$$d_c = \begin{cases} d_{cm} & \text{si } T_c < T_{cg} \\ d_{cm} \cdot (1 + k_d \cdot T_c) & \text{si } T_{cg} \leq T_c < T_{cm} \\ d_{cm} \cdot (1 + k_d \cdot T_{cm}) & \text{si } T_c \geq T_{cm} \end{cases} \quad (3-9)$$

où  $k_d, T_{cg}, T_{cm}$  sont des constantes qui dépendent des caractéristiques du charbon.  $d_{cm}$  est le diamètre des grains dans le cas où le charbon se gonfle pas au cours de la combustion, sa valeur peut être déterminée à partir de l'équation (3-8).

La densité de chargement de la couche de charbon  $\theta_c$  diminue lorsque les grains gonflent, elle peut être calculée par :

$$\theta_c = \begin{cases} \theta_{co} & \text{si } T_c < T_{cg} \\ \theta_{co} / (1 + k_d \cdot T_c)^3 & \text{si } T_{cg} \leq T_c < T_{cm} \\ \theta_{co} / (1 + k_d \cdot T_{cm})^3 & \text{si } T_c \geq T_{cm} \end{cases} \quad (3-10)$$

où  $\theta_{co}$  est la densité initiale de la couche.

La surface de réaction  $S_c$  est finalement déterminée par l'ensemble des équation (3-6) à (3-10).

Il faut noter que dans chaque zone, la surface de réaction  $S_c$  n'a pas la même valeur du fait que la température du charbon, le diamètre des grains, et la densité de la couche de charbon sont différents pour chaque zone.

**b) Calcul du coefficient de diffusion  $h_d$**

Le coefficient de diffusion  $h_d$  est analogue au coefficient de convection  $\alpha$  ; il a les dimensions de  $\alpha/c_a$  ( $c_a$  est la chaleur massique d'air).

La formule empirique donnant le coefficient de diffusion est la suivante [LOIS.56] :

$$h_d = 0,038 \cdot (\tau_a \cdot V_a)^{0,75} \cdot (\mu_a / D_h)^{0,25} \quad (\text{kg/m}^2.\text{s}) \quad (3-11)$$

avec :  $V_a$  : Vitesse du courant d'air (m/s)

$\tau_a$  : Masse volumique de l'air (kg/m<sup>3</sup>)

$\mu_a$  : Viscosité de l'air (kg/m.s).

Dans la couche de charbon, la vitesse du courant d'air variant d'un point à l'autre, il est pratiquement impossible de déterminer précisément cette vitesse. Une vitesse moyenne  $V_{am}$  est donc utilisée pour représenter la vitesse du courant d'air dans la couche de charbon. Nous la calculons de la façon suivante.

Désignons par  $V_g$  la vitesse d'air qui traverse la grille en l'absence de charbon, appelée "vitesse à vide". Celle-ci peut être déterminée par la formule :

$$V_g = \frac{D_a}{S_g \cdot \tau_a}$$

avec :  $fms$        $S_g$   $fms$       Surface de la grille (m<sup>2</sup>)

$D_a$  :      Débit d'air traversant la grille (kg/s).

Mais pour une section droite quelconque de la couche du charbon, l'espace de passage de l'air n'est plus qu'une portion de la surface de la grille (figure 3-2), elle est égale à une valeur moyenne  $\delta \cdot S_g$ .

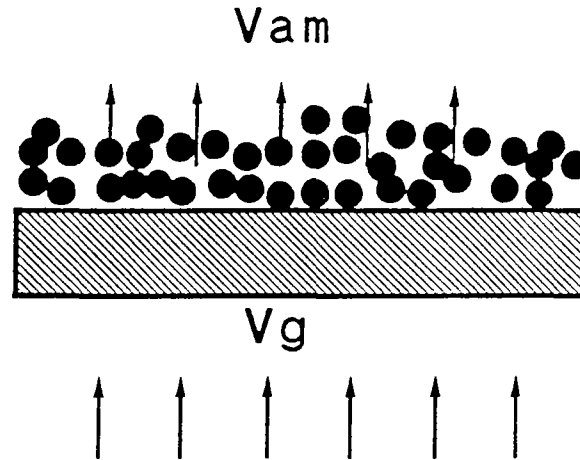


Figure 3-2 : Vitesse du courant d'air

La conservation du débit s'exprime alors par l'égalité :

$$S_g \cdot V_g = \delta \cdot S_g \cdot V_{am}$$

Cela conduit à :

$$V_{am} = \frac{D_a}{\delta \cdot S_g \cdot \tau_a}$$

L'équation (3-11) devient alors :

$$h_d = 0,038 \cdot \left( \frac{D_a}{\delta \cdot S_g \cdot \tau_a} \right)^{0,75} \cdot \left( \frac{\mu_a}{D_h} \right)^{0,25} \quad (3-12)$$

Dans cette équation, les paramètres  $\tau_a$  et  $\mu_a$  sont fonction de la température de l'air. Les paramètres comme  $S_g$ ,  $D_h$  et  $D_a$  ont des valeurs différentes dans chaque zone.

c) Calcul du coefficient de processus chimique  $h_c$

Lorsque la réaction est univoque, la vitesse de réaction croît avec la température suivant une loi exponentielle (loi d'Arrhénius), le coefficient de processus chimique  $h_c$  a donc l'expression suivants :

$$h_c = k_e \cdot \exp \left( - \frac{E}{R \cdot T_c} \right) \quad (3-13)$$

avec :  $k_e$ ,  $E$  : Constantes empiriques

$R$  : Constante molaire universelle

$T_c$  : Température du charbon (K)

La rapidité de croissance du coefficient  $h_c$  est donc caractérisée par la valeur  $E$  qui est appelée "énergie d'activation".



d) Calcul de la concentration d'oxygène au centre du courant gazeux  $Y_o$

La figure (2-4) montre que cette concentration d'oxygène varie avec la hauteur de la couche de charbon.

Considérons la masse du charbon située entre les hauteurs  $h$  et  $h+dh$ , elle est égale à :

$$dM_c = S_g \cdot \theta_c \cdot dh$$

Le débit massique d'oxygène traversant la couche à la hauteur  $h$  est égal à :

$$Y_o \cdot V_{am} \cdot S_g \cdot \tau_o$$

où  $\tau_o$  : Masse volumique d'oxygène (kg/m<sup>3</sup>)

La quantité d'oxygène consommée, en passant du niveau  $h$  au niveau  $h+dh$  est déterminée par :

$$dM_c \cdot S_c \cdot K_c$$

Cela permet d'écrire :

$$-dY_o \cdot V_{am} \cdot S_g \cdot \tau_o = dM_c \cdot S_c \cdot K_c$$

soit :

$$-\frac{dY_o}{dh} = \frac{\theta_c \cdot S_c \cdot K_c}{V_{am} \cdot \tau_o}$$

En remplaçant  $K_c$  par l'équation (3-4), nous obtenons donc l'équation différentielle suivante :

$$-\frac{1}{Y_o} \cdot \frac{dY_o}{dh} = \frac{S_c \cdot \theta_c}{V_{am} \cdot \tau_o} \cdot \frac{h_c \cdot h_d}{h_c + h_d}$$

Si nous supposons que les paramètres comme  $V_{am}$ ,  $\theta_c$ ,  $S_c$ ,  $h_d$  et  $h_c$  sont indépendants de la hauteur de couche  $h$ , la concentration d'oxygène  $Y_o$  peut être exprimée par :

$$Y_o = Y_{og} \cdot \exp(-A \cdot h) \quad (3-14)$$

dans laquelle,  $Y_{og}$  est la concentration d'oxygène du courant d'air frais, et  $A$  est égal à :

$$A = \frac{\theta_c \cdot S_c}{V_{am} \cdot \tau_o} \cdot \left( \frac{h_c \cdot h_d}{h_c + h_d} \right)$$

soit :

$$A = \frac{\tau_a \cdot \delta \cdot \theta_c \cdot S_c \cdot S_g}{\tau_o \cdot D_a} \cdot \left( \frac{h_c \cdot h_d}{h_c + h_d} \right)$$

e) Calcul de la vitesse moyenne de combustion du charbon  $V_{mcm}$

A partir des équations (3-4) et (3-14), nous constatons que la vitesse massique de combustion est non seulement fonction de la température du charbon  $T_c$ , mais aussi de la hauteur de la couche de charbon  $h$ . Cela complique singulièrement le calcul (une équation aux dérivées partielles s'impose). Pour simplifier, nous calculons la vitesse moyenne de combustion  $V_{mcm}$  en fonction de la hauteur pour que cette vitesse ne dépend plus que de la température du charbon. Nous utiliserons cette dernière pour remplacer la valeur fluctuante réel. Cette valeur moyenne a l'expression suivante :

$$V_{mcm} = \frac{1}{H_c} \int_0^{H_c} V_{mc}(h) \cdot dh$$

$$= \frac{\tau_o \cdot Y_{og} \cdot D_a \cdot f}{\delta \cdot \tau_a \cdot H_c \cdot S_g \cdot \theta_c} \cdot [1 - \exp - (A \cdot H_c)] \quad (3-15)$$

Dans laquelle  $H_c$  est calculé par l'équation suivante :

$$H_c = H_{co} \cdot \frac{d_c}{d_{co}}$$

où  $H_{co}$  est la hauteur initiale de couche de charbon.

L'équation (3-15) est donc l'expression que nous utiliserons pour calculer la vitesse massique de combustion, à condition de connaître la température de charbon  $T_c$ .

Il faut noter que dans chaque zone, la vitesse massique de combustion est différente car tous les paramètres varient d'une zone à l'autre à l'exception de  $\tau_o$ ,  $\tau_a$ ,  $\delta$  et de  $Y_{og}$ . Pour la zone  $i$ , l'équation (3-15) devient donc :

$$V_{mcmi}(t) = \frac{\tau_o \cdot Y_{og} \cdot D_{ai} \cdot f_i}{\delta \cdot \tau_a \cdot H_{ci} \cdot S_{gi} \cdot \theta_{ci}} \cdot [1 - \exp - (A_i \cdot H_{ci})] \quad (3-16)$$

avec :

$$A_i = \frac{\tau_a \cdot \delta \cdot \theta_{ci} \cdot S_{ci} \cdot S_{gi}}{\tau_o \cdot D_{ai}} \cdot \left( \frac{h_{ci} \cdot h_{di}}{h_{ci} + h_{di}} \right)$$

D'après l'équation (3-7),  $A_i$  peut s'écrire également :

$$A_i = \frac{3 \cdot \delta \cdot (1 - \delta) \cdot \tau_a \cdot S_{gi}}{2 \cdot \tau_o \cdot D_{ai} \cdot d_{ci}} \cdot \left( \frac{h_{ci} \cdot h_{di}}{h_{ci} + h_{di}} \right) \quad (3-17)$$

Comme nous l'avons signalé, la vitesse massique de combustion  $V_{mc}$  est fonction de la température de charbon. Lorsqu'on connaît cette dernière, la vitesse massique de combustion peut être déterminée à partir des équations (3-16), (3-17), (3-9), (3-10), (3-12) et (3-13). Dans la section suivante, nous verrons comment obtenir la température de charbon.

#### 3.1.1.4 - Calcul de la température du charbon $T_c$

Dans le foyer, le charbon s'échauffe simultanément par conduction à partir de la zone adjacente déjà enflammée de la couche, et par le rayonnement issu de la chambre de combustion. Le flux thermique par rayonnement est nettement supérieur à celui transmis par conduction. Par ailleurs, une partie de la chaleur est cédée par convection au courant d'air qui le traverse.

Nous négligeons la chaleur transférée par conduction dans un but de simplification.

Une équation de bilan thermique du charbon sur la grille est établie pour chaque zone afin de calculer la température du charbon de cette zone. Elle se traduit par l'équation suivante :

$$c_{mb} \cdot M_c \cdot \frac{dT_c}{dt} = Q_p + \epsilon \cdot \sigma \cdot S_r \cdot (T_{fp}^4 - T_c^4) + S_v \cdot \alpha_c \cdot (T_{am} - T_c) + c_{mb} \cdot D_c \cdot T_{co} \quad (3-18)$$

avec :	$T_c$	: Température du charbon	(K)
	$T_{co}$	: Température initiale du charbon	(K)
	$T_{fp}$	: Température des parois du foyer	(K)
	$T_{am}$	: Température moyenne d'air traversant la couche	(K)
	$c_{mb}$	: Chaleur massique de charbon	(J/kg.K)
	$M_c$	: Masse de charbon sur la grille	(kg)
	$\epsilon$	: Emissivité équivalente	
	$\sigma$	: Constante de STEPHAN-BOLTZMAN	(W/m <sup>2</sup> .K <sup>4</sup> )
	$\alpha_c$	: Coefficient de convection	(W/m <sup>2</sup> .K)
	$S_r$	: Surface d'échange thermique de rayonnement	(m <sup>2</sup> )
	$S_v$	: Surface d'échange thermique de convection	(m <sup>2</sup> )
	$Q_p$	: Puissance de la combustion primaire	(W)

Soulignons que tous les paramètres, sauf  $c_{mb}$ ,  $\epsilon$ , et  $\sigma$  sont différents pour chacune des zones.

Dans cette expression, nous considérons les grains de charbon et les parois de foyer comme étant des corps noirs ; nous avons donc :

$$\epsilon = 1$$

Nous supposons de plus que la surface d'échange radiative entre le charbon et les parois de foyer  $S_r$  correspond à la superficie de la couche du charbon. Nous calculons cette surface de la façon suivante.

Désignons  $S_{cs}$  la section de la couche du charbon, la partie de cette surface occupée par le charbon  $S_{gc}$  s'écrit :

$$S_{gc} = S_{cs} \cdot (1 - \delta)$$

Le nombre de grains dans cette surface est déterminé par la formule suivante :

$$\frac{S_{cs} \cdot (1 - \delta)}{\pi \cdot d_c^2 / 4}$$

La surface radiative est donc égale à la moitié de la surface totale des grains, soit :

$$S_r = \frac{S_{cs} \cdot (1 - \delta)}{\pi \cdot d_c^2 / 4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot d_c^2 = 2 \cdot (1 - \delta) \cdot S_{cs} \quad (3-19)$$

Nous donnerons ultérieurement (dans le chapitre 4.3) un exemple du calcul de la surface  $S_{cs}$ .

La surface d'échange convective  $S_v$  a la même valeur que celle de la somme des surfaces de réaction, ce qui signifie que :

$$S_v = S_c \cdot M_c$$

c'est-à-dire :

$$S_v = M_c \cdot \frac{3 \cdot (1 - \delta)}{2 \cdot \theta_c \cdot d_c} \quad (3-20)$$

Le coefficient de convection  $\alpha_c$  est analogue au coefficient de diffusion ; il a les dimensions de  $c_a \cdot h_d$ , soit :

$$\alpha_c = 0,038 \cdot c_a \cdot \left( \frac{D_a}{\delta \cdot S_g \cdot \tau_a} \right)^{0,75} \cdot \left( \frac{\mu_a}{D_h} \right)^{0,25} \quad (3-21)$$

$T_{am}$  est la température moyenne d'air qui traverse la couche de charbon. Nous la calculons approximativement par la formule suivante :

$$T_{am} = \frac{T_a + T_{fg}}{2}$$

avec :  $T_a$  : Température d'air frais (K)

$T_{fg}$  : Température des gaz dans le foyer (K)

Les températures  $T_{fg}$  et  $T_{fp}$  sont calculées par le modèle des transferts de chaleur dans le foyer (voir chapitre 3.2).

A partir des équations (3-18) à (3-21), la température du charbon peut donc être déterminée.

Nous avons développé ci-dessus un modèle de la combustion primaire. En résumé, ce modèle comporte trois parties essentielles : l'équation de base, le calcul de la vitesse massique de la combustion et le calcul de la température du charbon. Lorsque ces deux dernières équations sont obtenues, la résolution de l'équation de base devient évidente.

### 3.1.2 - MODELISATION DE LA COMBUSTION SECONDAIRE

La combustion secondaire résulte de la combustion des matières volatiles et des gaz imbrûlés (éventuellement CO) issus de la combustion primaire.

Nous supposons que le rendement de la combustion secondaire est constant. C'est-à-dire que le pourcentage d'imbrûlé (CO) dans les fumées est constant. De plus, puisque cette combustion est une réaction entre deux gaz à température élevée, nous la supposons instantanée. Dans ces conditions, le comportement dynamique de la combustion secondaire est donc déterminé uniquement par le processus du dégagement des matières volatiles et des gaz imbrûlés.

#### 3.1.2.1 - Pyrolyse des matières volatiles

La vitesse du dégagement des matières volatiles  $V_{mv}$  est fonction de la température du charbon. Selon la théorie de la combustion des combustibles solides, elle peut être déterminée par l'équation suivante [MURT.77] :

$$V_{mv} = A_p \cdot \exp \left( - \frac{k_p}{T_c} \right) \quad (3-22)$$

où :  $V_{mv}$  : Vitesse de dégagement des matières volatiles (kg/kg.s)

$A_p, k_p$  : Constantes empiriques.

Pour simplifier le modèle, au lieu de diviser la couche de charbon en plusieurs zones, une seule équation de bilan massique est utilisée pour calculer la masse des matières volatiles sortant de la couche.

Le bilan de masse des matières volatiles peut s'exprimer par la relation suivante :

$$\frac{dM_v}{dt} = - V_{mv} \cdot M_v + D_v \quad (3-23)$$

avec  $M_v$  : Masse de matières volatiles dans la couche (kg)

$D_v$  : Débit de matières volatiles entrées dans la chaudière (kg/s)

Le débit de matières volatiles  $D_v$  est égal à :

$$D_v = \theta_v \cdot D_c$$

où :  $\theta_v$  : Taux des matières volatiles.

Le débit des matières volatiles dégagées  $D_{mv}$  s'écrit :

$$D_{mv} = V_{mv} \cdot M_v$$

Puisque nous avons supposé que la combustion secondaire est instantanée, l'énergie fournie par la combustion des matières volatiles par unité de temps  $Q_v$  peut être calculée à partir de l'équation :

$$Q_v = PCI \cdot D_{mv} = PCI \cdot V_{mv} \cdot M_v \quad (3-24)$$

### 3.1.2.2 - Les gaz imbrûlés

Le pourcentage des gaz incomplètement brûlés est déterminé expérimentalement ou approximativement.

Nous rappelons les réactions qui interviennent dans la combustion :



Désignons par  $\beta_{co}$  la concentration de CO dans les gaz qui sortent de la couche du charbon. Pour un kg de charbon brûlé, l'énergie dégagée par la combustion des gaz imbrûlés peut être déterminée approximativement par la formule suivante :

$$PCI \cdot \beta_{co} \cdot \left( \frac{68,2}{97,6} \right)$$

L'énergie dégagée par la combustion des gaz imbrûlés par unité de temps sera :

$$Q_g = PCI \cdot M_{cb} \cdot \beta_{co} \cdot \left( \frac{68,2}{97,6} \right) \quad (3-25)$$

où  $M_{cb}$  est la masse du charbon brûlé dans la combustion primaire, par unité de temps.

Dans ce cas, l'énergie dégagée par la combustion primaire devient :

$$Q_p = PCI \cdot M_{cb} \cdot \left( 1 - \beta_{co} \cdot \frac{68,2}{97,6} \right) \quad (3-26)$$

L'énergie dégagée par la combustion secondaire  $Q_s$  par unité de temps est la somme des énergies dégagées par la combustion des matières volatiles et des gaz imbrûlés par unité de temps. Elle s'écrit :

$$Q_s = Q_v + Q_g \quad (3-27)$$

Enfin, la puissance de la chaudière est la somme des énergies dégagées par la combustion primaire et secondaire par unité de temps, elle est alors donnée par :

$$QCH = Q_s + Q_p$$

**En conclusion**, nous avons mis au point ci-dessus un modèle de combustion du charbon en couche. Ce modèle comporte deux parties principales : la combustion primaire et la combustion secondaire. Il a comme entrées le débit de charbon, les débits d'air et d'eau. En l'associant avec le modèle des transferts de chaleur décrit ci-après (voir le sous-chapitre 3.2), nous pouvons calculer des variables telles que :

- l'énergie dégagée par la combustion primaire ;
- l'énergie dégagée par la combustion secondaire ;
- la vitesse massique de la combustion ;
- la température du charbon ;
- la masse du charbon sur la grille.

Soulignons que le modèle de combustion du charbon en couche est basé sur la théorie de la combustion du charbon, cela nous permet d'attribuer une signification physique aux résultats des simulations. Nous pouvons aussi, à partir de celui-ci, estimer l'influence des différents paramètres sur le comportement dynamique de la combustion. Nous reviendrons sur ce point dans la partie de la simulation et de la validation.

### 3.2 - Modélisation des transferts thermiques dans la chaudière

La chaudière à modéliser est schématisée sur la figure 3-3. Elle est considérée comme la résultante de deux éléments distincts et complémentaires : le foyer et l'échangeur.

L'eau entre parallèlement dans le foyer et l'échangeur. Ces courants d'eau sortant séparément du foyer et de l'échangeur se mélangent dans un collecteur avant de quitter la chaudière.

Les gaz de combustion passent d'abord dans le foyer, puis parcourent l'échangeur, et s'échappent.

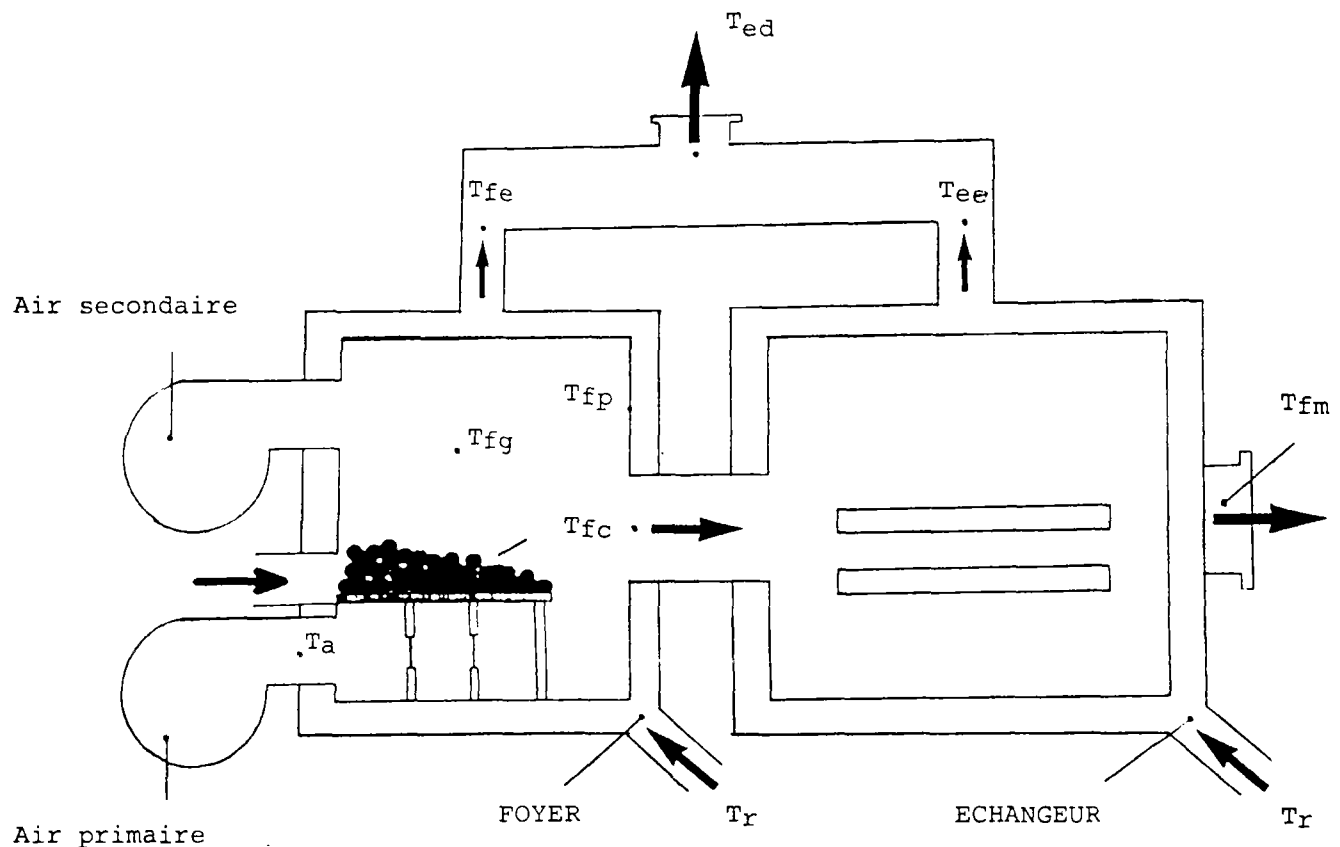


Figure 3-3 : Chaudière à charbon

Dans le foyer, les transferts thermiques se produisent par rayonnement et convection, mais c'est le rayonnement qui prédomine. Dans l'échangeur, la situation est différente, c'est le phénomène de convection qui est le plus important.

Pour développer correctement le modèle des transferts de chaleur dans la chaudière, il faut donc diviser la chaudière en deux éléments : le foyer et l'échangeur, et établir séparément les modèles des transferts thermiques dans ceux-ci.

### 3.2.1 - HYPOTHESES DE BASE

En vue de simplifier les calculs, nous adopterons les hypothèses suivantes :

- Les gaz de combustion ont, dans le foyer et l'échangeur, des propriétés homogènes et une température uniforme.
- Les températures de l'eau dans le foyer et l'échangeur, sont homogènes.
- Dans le foyer, les transferts thermiques s'opèrent par rayonnement et par convection.
- Dans l'échangeur, les transferts thermiques ont lieu uniquement par convection.

### 3.2.2 - MODELISATION DES TRANSFERTS THERMIQUES DANS LE FOYER

Dans le foyer, nous distinguons deux phases successives de transferts de chaleur :

- le transfert gaz-paroi qui s'effectue par rayonnement et convection ;
- le transfert de chaleur paroi-eau par convection.

Nous établirons deux équations énergétiques pour calculer ces deux types de transfert.

La première est l'équation du bilan énergétique des gaz dans le foyer ; elle est la suivante :

$$V_{fy} \cdot c_{vf} \frac{dT_{fg}}{dt} = QCH - R_f \cdot SRF \cdot (T_{fg}^4 - T_{fp}^4) - \alpha_{fg} \cdot SFP \cdot (T_{fg} - T_{fp}) - c_{mf} \cdot D_{fm} \cdot (T_{fc} - T_a) \quad (3-28)$$

avec	$T_{fg}$	: Température des gaz dans le foyer	(K)
	$T_{fp}$	: Température des parois dans le foyer	(K)
	$T_{fc}$	: Température des gaz en sortie du foyer	(K)
	$T_a$	: Température de l'air ambiant	(K)
	$c_{vf}$	: Chaleur volumique des fumées	(J/m <sup>3</sup> .K)
	$c_{mf}$	: Chaleur massique des fumées	(J/kg.K)
	$R_f$	: Coefficient de rayonnement dans le foyer	(W/m <sup>2</sup> .K <sup>4</sup> )
	$\alpha_{fg}$	: Coefficient éch. gaz/paroi dans le foyer	(W/m <sup>2</sup> .K)
	SRF	: Surface rayonnant dans le foyer	(m <sup>2</sup> )
	SFP	: Surface convective dans le foyer	(m <sup>2</sup> )
	$D_{fm}$	: Débit des fumées	(kg/s)
	$V_{fy}$	: Volume du foyer	(m <sup>3</sup> )
	QCH	: Puissance de la combustion	(W)



Nous établirons également l'équation du bilan énergétique de l'eau dans le foyer :

$$\begin{aligned} \text{CEF} \frac{dT_{fe}}{dt} &= \alpha_{fp} \cdot \text{SFE} \cdot (T_{fp} - T_{fe}) \\ &- \alpha_{fa} \cdot \text{SFA} \cdot \left( \frac{T_{fe} + T_r}{2} - T_a \right) - c_{me} \cdot D_{ef} \cdot (T_{fe} - T_r) \end{aligned} \quad (3-29)$$

avec	$T_{fe}$	: Température d'eau sortant du foyer	(K)
	$T_r$	: Température de retour d'eau	(K)
	CEF	: Capacité thermique du foyer	(J/K)
	$c_{me}$	: Chaleur massique d'eau	(J/kg.K)
	$\alpha_{fp}$	: Coefficient éch. paroi/eau dans le foyer	(W/m <sup>2</sup> .K)
	$\alpha_{fa}$	: Coefficient éch. eau/air dans le foyer	(W/m <sup>2</sup> .K)
	SFE	: Surface éch. paroi/eau dans le foyer	(m <sup>2</sup> )
	SFA	: Surface éch. eau/air dans le foyer	(m <sup>2</sup> )
	$D_{ef}$	: Débit d'eau dans le foyer	(kg/s)

Pour résoudre les équations (3-28), (3-29), il faut connaître la température des parois dans le foyer  $T_{fp}$  et la température des gaz en sortie du foyer  $T_{fc}$ .

Le flux calorifique entre les gaz et les parois étant, en régime permanent, égal à celui entre les parois et l'eau, nous avons l'équation supplémentaire suivante :

$$\alpha_{fp} \cdot \text{SFE} \cdot (T_{fp} - T_{fe}) = R_f \cdot \text{SRF} \cdot (T_{fg}^4 - T_{fp}^4) + \alpha_{fg} \cdot \text{SFP} \cdot (T_{fg} - T_{fp}) \quad (3-30)$$

A partir cette équation, nous pouvons donc déterminer la température des parois dans le foyer  $T_{fp}$ .

En ce qui concerne la température des gaz en sortie du foyer  $T_{fc}$ , elle est obtenue de la manière suivante.

En négligeant la chaleur transférée par convection dans le foyer, l'équation de bilan énergétique sur les gaz dans le foyer en régime permanent s'écrit :

$$R_f \cdot \text{SRF} \cdot (T_{fg}^4 - T_{fp}^4) = QCH - c_{mf} \cdot D_{fm} \cdot (T_{fc} - T_a) \quad (3-31)$$

Cette équation peut s'écrire également :

$$R_f \cdot \text{SRF} \cdot T_{fg}^4 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{T_{fp}}{T_{fg}} \right)^4 \right] = QCH - c_{mf} \cdot D_{fm} \cdot (T_{fc} - T_a)$$

Soit encore :

$$R_f \cdot \text{SRF} \cdot \omega \cdot T_{fg}^4 = QCH - c_{mf} \cdot D_{fm} \cdot (T_{fc} - T_a) \quad (3-32)$$

avec :

$$\omega = 1 - \left( \frac{T_{fp}}{T_{fg}} \right)^4$$

$\omega$  peut être représentée par un facteur constant en relation avec le combustible utilisé et le mode de combustion. Pour la combustion du charbon en couche,  $\omega$  est égal à 0,6 [QING.83].

Désignons par  $T_{tc}$  la température théorique de la combustion qui est la température des gaz dans le cas où la chaleur dégagée par la combustion est utilisée entièrement pour chauffer ces gaz, sans aucun transfert de chaleur.

L'énergie dégagée par la combustion  $QCH$  peut donc être exprimée par la formule suivante :

$$QCH = c_{mf} \cdot D_{fm} \cdot (T_{tc} - T_a) \quad (3-33)$$

En portant l'équation (3-33) dans l'équation (3-32), on fait apparaître :

$$\frac{R_f \cdot \text{SRF} \cdot \omega}{c_{mf} \cdot D_{fm}} \cdot T_{fg}^4 + T_{fc} - T_{tc} = 0$$

Cette équation peut aussi s'écrire :

$$\frac{R_f \cdot \text{SRF} \cdot \omega \cdot T_{tc}^3}{c_{mf} \cdot D_{fm}} \cdot \left( \frac{T_{fg}}{T_{tc}} \right)^4 + \frac{T_{fc}}{T_{tc}} - 1 = 0 \quad (3-34)$$

Désignons :

$$T_{fg} / T_{tc} = \Phi_x \quad ; \quad T_{fc} / T_{tc} = \Phi_a \quad ; \quad \frac{1}{B_o} = \frac{R_f \cdot \text{SRF} \cdot \omega \cdot T_{tc}^3}{c_{mf} \cdot D_{fm}}$$

L'équation (3-34) devient alors :

$$\frac{1}{B_o} \cdot \Phi_x^4 + \Phi_a - 1 = 0 \quad (3-35)$$

Par expérimentation, on constate que  $\Phi_x$  est fonction de  $\Phi_a$ , soit [QING.83] :

$$\Phi_x^4 = R_c \cdot B_o^{0,4} \cdot \Phi_a$$

où  $R_c$  est un paramètre qui est fonction du type de combustible et de la combustion. Pour un combustible et une chaudière donnés,  $R_c$  est constant.

La relation entre  $\Phi_a$  et  $B_o$  se révèle alors être :

$$\frac{\Phi_a}{1 - \Phi_a} = \frac{B_o^{0,6}}{R_c} \quad (3-36)$$

En remplaçant  $\Phi_a$  et  $B_o$  par sa propre définition, on obtient l'équation suivante :

$$T_{fc} = \frac{T_{tc}}{1 + R_c \cdot \left( \frac{R_f \cdot SFY \cdot \omega}{c_{mf} \cdot D_{fm}} \cdot T_{tc}^3 \right)^{0,6}} \quad (3-37)$$

Dans cette équation, le débit des fumées  $D_{fm}$  peut être déterminé par la formule suivante :

$$D_{fm} = M_{cb} \cdot \tau_f \cdot (P_{fv} + e_a \cdot P_{av}) \quad (3-38)$$

où :  $\tau_f$  : Masse volumique des fumées (kg/m<sup>3</sup>)  
 $P_{fv}$  : Pouvoir fumigène du charbon exprimé sur fumées humides (m<sup>3</sup>/kg)  
 $P_{av}$  : Pouvoir comburivore du charbon (m<sup>3</sup>/kg)  
 $e_a$  : Excès d'air  
 $M_{cb}$  : Masse du charbon brûlé en unité de temps (kg/s)

D'après cette équation, le débit des fumées est une fonction linéaire de  $M_{cb}$  pour un combustible donné en présence d'un excès d'air constant, soit :

$$D_{fm} = k_m \cdot M_{cb}$$

dans laquelle :

$$k_m = \tau_f \cdot (P_{fv} + e_a \cdot P_{av})$$

Pour faciliter la détermination des paramètres dans l'équation (3-37), nous supposons que :

$$R_f \cdot SFY \cdot \omega = k_r \cdot S_r$$

avec :  $S_r$  : Surface radiative du charbon

$k_r$  : Facteur constant.

La température des gaz en sortie du foyer  $T_{fc}$  peut finalement être déterminée par l'expression suivante :

$$T_{fc} = \frac{T_{tc}}{1 + k_f \cdot \left( \frac{S_r}{M_{cb}} \cdot T_{tc}^3 \right)^{0,6}} \quad (3-39)$$

Dans cette équation, la température théorique de la combustion est égale à :

$$T_{tc} = \frac{Q_{CH}}{c_{mf} \cdot D_{fm}} + T_a$$

La chaleur massique des fumées  $c_{mf}$  varie avec les composants et la température des fumées. Pour simplifier le calcul, une chaleur massique moyenne  $c_{mfm}$  est utilisée à la place de  $c_{mf}$  nous avons [DUME.83]:

$$c_{mfm} = 1004 + 0,25 \cdot \frac{T_{fm} + T_a}{2} \quad (\text{J/kg.K})$$

avec :  $T_{fm}$  : Température des fumées.

Le paramètre  $k_f$  est une constante empirique, elle est déterminée expérimentalement de la façon suivante :

En condition de référence (puissance nominale) et en régime permanent, la température  $T_{fc}$  peut être obtenue par mesure, elle a la valeur  $T_{fcr}$ . On calcule  $T_{tcr}$ ,  $S_{rr}$  et  $M_{cb}$  dans les mêmes conditions, ils sont symbolisés respectivement par  $T_{tcr}$ ,  $S_{rr}$  et  $M_{cbr}$ .  $k_f$  peut donc être déterminé par :

$$k_f = \frac{T_{tcr} - T_{fcr}}{T_{fcr} \cdot \left( \frac{S_{rr}}{M_{cbr}} \cdot T_{tcr}^3 \right)^{0,6}} \quad (3-40)$$

Nous disposons finalement de quatre équations [ les équations (3-28), (3-29), (3-30) et (3-39) ] pour calculer quatre températures inconnues :  $T_{fg}$ ,  $T_{fe}$ ,  $T_{fp}$  et  $T_{fc}$ .

La résolution de ces quatre équations nous permet donc d'obtenir :

1) les températures  $T_{fg}$ ,  $T_{fe}$ ,  $T_{fp}$  et  $T_{fc}$

2) la puissance transmise dans le foyer  $Q_{fy}$

$$Q_{fy} = R_f \cdot \text{SRF} \cdot (T_{fg}^4 - T_{fp}^4) + \alpha_{fg} \cdot \text{SFP} \cdot (T_{fg} - T_{fp}) \quad (3-41)$$

3) la puissance utile transmise à l'eau du foyer  $Q_{fe}$

$$Q_{fe} = c_{me} \cdot D_{ef} \cdot (T_{fe} - T_r) \quad (3-42)$$

4) Les pertes par les parois du foyer  $P_{fy}$

$$P_{fy} = \alpha_{fa} \cdot \text{SFA} \cdot \left( \frac{T_{fe} + T_r}{2} - T_a \right) \quad (3-43)$$

5) L'énergie apportée par les gaz pour l'échangeur  $Q_{ec}$

$$Q_{ec} = c_{mf} \cdot D_{fm} \cdot T_{fc} \quad (3-44)$$

### 3.2.3 - TRANSFERTS THERMIQUES DANS L'ÉCHANGEUR

L'expression de l'échange thermique entre les gaz et l'eau dans l'échangeur est fournie également par l'équation de bilan énergétique :

$$\begin{aligned} \text{CEC} \frac{dT_{ee}}{dt} = & \alpha_{eg} \cdot \text{SEC} \cdot T_{eg} - \alpha_{ea} \cdot \text{SEA} \cdot \left( \frac{T_{ee} + T_r}{2} - T_a \right) \\ & - c_{me} \cdot D_{ee} \cdot (T_{ee} - T_r) \end{aligned} \quad (3-45)$$

où	$T_{ee}$	: Température d'eau sortant de l'échangeur	(K)
	CEC	: Capacité thermique de l'échangeur	(J/K)
	$\alpha_{eg}$	: Coefficient éch. gaz/eau dans l'échangeur	(W/m <sup>2</sup> .K)
	$\alpha_{ea}$	: Coefficient éch. eau/air de l'échangeur	(W/m <sup>2</sup> .K)
	SEC	: Surface éch. gaz/eau dans l'échangeur	(m <sup>2</sup> )
	SEA	: Surface éch. eau/air de l'échangeur	(m <sup>2</sup> ).

$T_{eg}$  est l'écart de température entre l'eau et les gaz dans l'échangeur. Il est caractérisé par sa moyenne logarithmique :

$$T_{eg} = \frac{(T_{fc} - T_r) - (T_{fm} - T_{ee})}{\ln \frac{T_{fc} - T_r}{T_{fm} - T_{ee}}} \quad (3-46)$$

Nous admettons que le coefficient d'échange gaz/eau  $\alpha_{eg}$  est uniquement fonction du débit massique des gaz de combustion dans la chaudière, nous calculons ce coefficient par l'expression suivante [QING.83] :

$$\alpha_{eg} = \alpha_{egr} \cdot (D_{fm} / D_{fmr})^{0,6}$$

avec  $D_{fmr}$  : Débit des fumées dans les conditions de référence

$\alpha_{egr}$  : Coefficient d'échange dans les conditions de référence.

Pour calculer la température des fumée, une autre équation supplémentaire est utilisée :

$$c_{mf} \cdot D_{mf} \cdot T_{fc} = \alpha_{eg} \cdot \text{SEC} \cdot T_{eg} + c_{mf} \cdot D_{mf} \cdot T_{fm}$$

soit :

$$T_{fm} = T_{fc} - \frac{\alpha_{eg} \cdot \text{SEC}}{c_{mf} \cdot D_{mf}} \cdot T_{eg} \quad (3-47)$$

Avec l'ensemble des équations (3-45), (3-46) et (3-47), nous pouvons déterminer :

- 1) les températures  $T_{ee}$ ,  $T_{fm}$
- 2) la puissance utile transmise à l'eau de l'échangeur  $Q_{ec}$  :

$$Q_{ec} = c_{me} \cdot D_{ee} \cdot (T_{ee} - T_r) \quad (3-48)$$

- 3) Les pertes par les parois de l'échangeur  $P_{ec}$  :

$$P_{ec} = \alpha_{ea} \cdot SEA \cdot \left( \frac{T_{ee} + T_r}{2} - T_a \right) \quad (3-49)$$

- 4) Les pertes par les fumées  $P_{fm}$  :

$$P_{fm} = c_{mf} \cdot D_{fm} \cdot (T_{fm} - T_a) \quad (3-50)$$

### 3.2.4 - BILAN THERMIQUE COMPLET DE LA CHAUDIERE

A partir des modèles que nous avons développés, on obtient les résultats suivants :

- la puissance utile de la chaudière :  $Q_{uc}$

$$Q_{uc} = Q_{fy} + Q_{ec} \quad (3-51)$$

- les pertes calorifiques des fumées :  $P_{fm}$
- les pertes des parois extérieures :  $P_{pa} = P_{fy} + P_{ec}$
- les pertes de la chaudière :  $P_{ch}$

$$P_{ch} = P_{pa} + P_{fm} \quad (3-52)$$

- le rendement de la chaudière : RCH

$$RCH = 100 \% \cdot (Q_{ch} - P_{ch}) / Q_{ch} \quad (3-53)$$

- la température de départ d'eau :  $T_{ed}$

$$T_{ed} = \frac{T_{ef} \cdot D_{ef} + T_{ee} \cdot D_{ee}}{D_{ef} + D_{ee}} \quad (3-54)$$

Il faut noter que, dans la chaudière modélisée ci-avant, l'eau entre parallèlement dans le foyer et l'échangeur. Par contre, si l'eau entre successivement dans le foyer et l'échangeur, les débits d'eau dans le foyer et dans l'échangeur sont identiques. De plus, la température d'eau entrant dans l'échangeur n'est plus la température de retour d'eau  $T_r$  ; elle doit être remplacée par la température d'eau en sortie du foyer  $T_{fe}$  dans l'équation (3-45). La température de départ d'eau est, dans ce cas, égale à celle en sortie de l'échangeur. Le modèle décrit dans la fiche PROFORMA (voir Annexes) représente un de ce type de chaudière.

Nous avons développé, dans ce sous-chapitre, un modèle des transferts de chaleur dans chaudière. En associant avec le modèle de combustion du charbon, nous pouvons déduire les températures de l'eau et celles des gaz dans les différentes parties de la chaudière, ainsi que le rendement de la chaudière.

Dans le chapitre 4, nous traiterons la façon de déterminer les coefficients de transferts thermiques dans le modèle.

### 3.3 – Représentation du modèle de la chaudière sur ASTEC III

#### 3.3.1 - PROGICIEL ASTEC III

ASTEC 3 est un progiciel de simulation des circuits électriques ou électroniques, et de systèmes décrits par des équations algèbro-différentielles, développé au Service Electronique du Commissariat à l'Energie Atomique et diffusé par la Compagnie Internationale de Services en Informatique [HEYD.81].

Du fait des analogies qui existent entre les systèmes électriques et thermiques, la température de ces dernières peut être présentée par la tension d'un système électrique analogue ; le flux thermique peut être remplacé par le courant ; la capacité calorifique peut être traduit par la capacité électrique, ASTEC 3 peut donc être utilisé pour l'étude des systèmes thermiques.

L'application d'ASTEC 3 à des systèmes thermiques s'effectue en trois étapes :

- *la description du circuit qui correspond aux systèmes thermiques étudiés :*

Création des modèles des composants complexes, soit en les écrivant eux-mêmes, soit en puisant dans une bibliothèque ; constitution du réseau en attribuant des noms à tous les noeuds et à tous les éléments du réseau traité ; définition des signaux d'excitation.

- *la description des simulation :*

Choix du type de simulation (régimes continu, alternatif, transitoire, séparés, ou combinés en un seul passage); Spécification des paramètres de calcul et des conditions initiales.

- *l'édition des résultats :*

Choix des formes de représentations : courbes, tableaux, histogrammes etc...

Les simulations peuvent être effectuées de trois façons sur ASTEC 3 :

- *En régime statique ou continu:*

Ce type de simulation permet de calculer l'état d'équilibre ou du point de fonctionnement d'un circuit linéaire ou non-linéaire.

- *En régime alternatif :*

Ce type de simulation fournit une solution dans le domaine fréquentiel.

- *En régime transitoire :*

Une analyse en régime transitoire produit une solution dans le domaine temporel, pour un réseau linéaire ou non-linéaire, soumis à des excitations spécifiées par l'utilisateur.

Toutes les simulations effectués dans ce travail ont été réalisées en régime transitoire.

Les avantages d'ASTEC 3 tiennent à sa puissance et à la souplesse de son langage qui permet de décrire facilement un modèle de système linéaire ou non. D'autre part, il existe actuellement une importante panoplie de modèles, en particulier dans le domaine de la thermique, sur ASTEC 3 [NIBE.88],[GAUJ.85]. Ces modèles existant peuvent être utilisés pour décrire l'ensemble des composants d'un système de chauffage, ce qui facilite considérablement le travail.

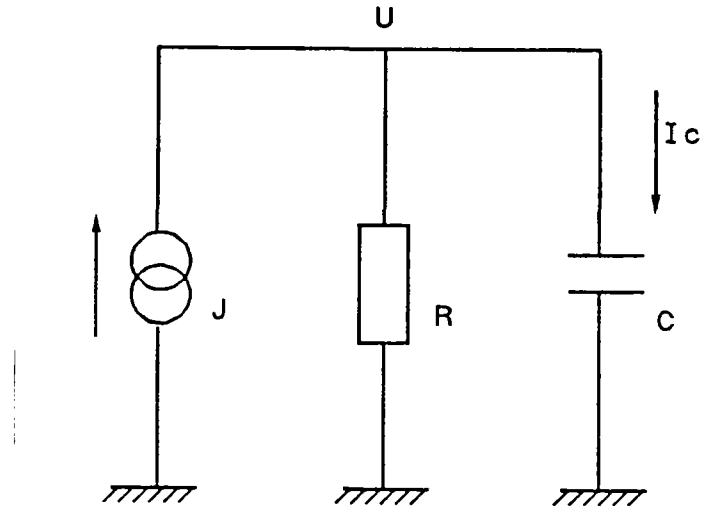
En conclusion, ASTEC 3 est un outil très adapté aux simulations des comportements dynamiques des systèmes de chauffage, en particulier des systèmes de chauffage à eau chaude couplés à des enveloppes de bâtiment.

### 3.3.2 - REPRESENTATION D'UNE EQUATION DIFFERENTIELLE PAR UN CIRCUIT ELECTRIQUE

Considérons une équation différentielle générale :

$$a \frac{dX}{dt} + X = b \quad (3-55)$$

Cette équation peut être représentée par un simple circuit électrique de type R-C avec une source de courant :



**Figure 3-4 :** Circuit R-C avec une source de courant

avec

R	:	Résistance
C	:	Capacité
J	:	Source de courant
U	:	Tension du noeud.

La tension du noeud U peut être reliée au courant  $I_c$  traversant la branche de la capacité par la relation suivante :

$$I_c = C \frac{dU}{dt} \quad (3-56)$$

Le courant  $I_c$  est aussi égal à :

$$I_c = J - \frac{U}{R} \quad (3-57)$$

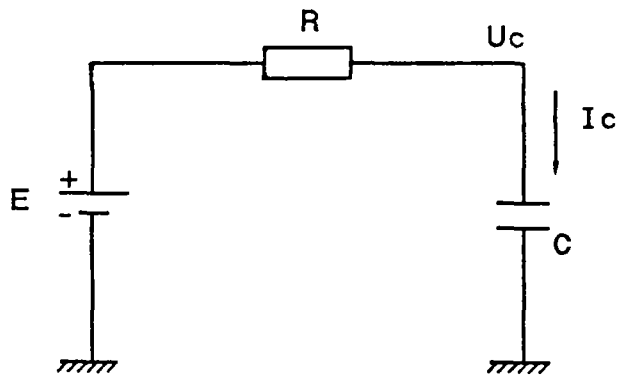
En portant l'équation (3-57) dans l'équation (3-56), nous obtenons :

$$C.R \frac{dU}{dt} + U = R \cdot J \quad (3-58)$$

Si on pose  $C = a$ ,  $J = b$ , et  $R = 1$ , le circuit représenté par la figure (3-4) correspond à l'équation différentielle (3-55), la valeur de la tension U étant alors égale à celle de X.



On peut également exprimer l'équation (3-55) en terme de circuit électrique R-C avec une source de tension :



**Figure 3-5 : Circuit R-C avec une source de tension**

où  $E$  : Source de tension

La relation entre la tension du noeud  $U_c$  et le courant de branche  $I_c$  est la suivante :

$$I_c = C \frac{dU_c}{dt}$$

Nous avons également :

$$I_c = \frac{E - U_c}{R}$$

cela conduit à :

$$C \cdot R \frac{dU_c}{dt} + U_c = E \quad (3-59)$$

En définissant  $C.R = a$  et  $E = b$ , le circuit de la figure (3-5) peut correspondre à l'équation différentielle (3-55) et la tension  $U_c$  représente X.

De la même manière, nous pouvons assimiler le modèle de chaudière décrit par des équations différentielles par des circuits électriques.

### 3.3.3 - REPRESENTATION DU MODELE DE CHAUDIERE A CHARBON SUR ASTEC 3

#### 3.3.3.1 - Modèle de la combustion du charbon

##### a) Combustion primaire

Récrivons l'équation de base du modèle de la combustion primaire suivante :

$$\frac{dM_{c1}(t)}{dt} = -V_{mc1}(t) \cdot M_{c1}(t) + D_c(t) - D_{cz1}(t) - D_{mv}$$

$$\frac{dM_{ci}(t)}{dt} = -V_{mci}(t) \cdot M_{ci}(t) + D_{cz(i-i)}(t) - D_{czi}(t)$$

avec  $i = 2 \dots n$

Nous utilisons un circuit R-C plus des sources de courant pour représenter ces équations.

Dans le circuit R-C, la tension du noeud représente la masse de charbon puisque le modèle est basé sur les équations de bilan massique du charbon sur la grille. Le schéma électrique modélisant la combustion primaire a est illustrée dans la figure (3-6).

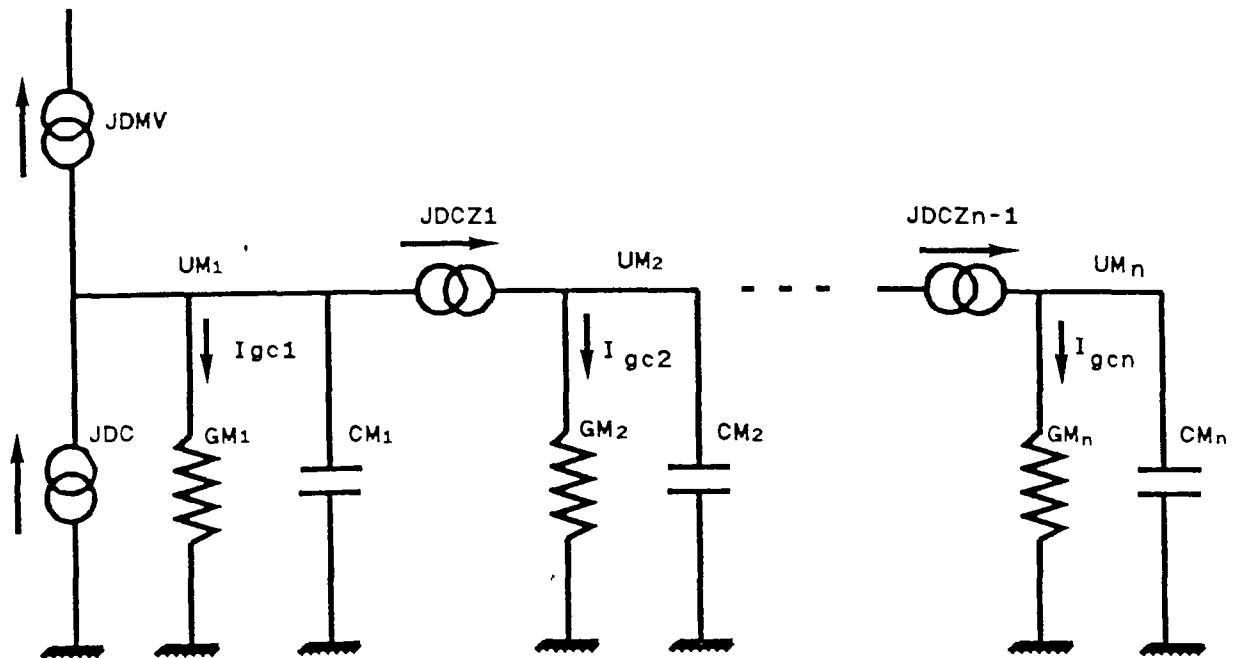


Figure 3-6 : Modèle de combustion primaire

Les significations pratiques des différents éléments du circuit sont les suivantes:

JDC : Débit de charbon  $JDC = D_c$

JDMV : Débit de matières volatiles dégagées  $JDMV = D_{mv}$

$JDCZ_{(i-1)}$  : Débit de charbon pour la zone suivante :

$$JDCZ_{(i-1)} = D_{cz(i-1)}$$

$GM_i$  : Vitesse massique de combustion  $GM_i = V_{mci}$

$CM_i$  : Capacité unité

$UM_i$  : Masse du charbon sur la grille dans zone i  $UM_i = M_{ci}$ . Le courant  $I_{gci}$  qui traverse la conductance  $GM_i$  est égale à :

$$I_{gci} = UM_i \cdot GM_i = M_{ci} \cdot V_{mci}$$

il représente donc la masse du charbon brûlé.

La masse du charbon brûlé au cours de la combustion primaire  $M_{cb}$  est égale à la somme des courants dans chaque branche :

$$M_{cb} = I_{gc} = \sum_{i=1}^n I_{gci} \quad (3-60)$$

L'énergie dégagée par la combustion primaire  $Q_p$  est égale à :

$$Q_p = \sum_{i=1}^n PCI \cdot I_{gci} \cdot \left( 1 - \beta_{co} \cdot \frac{68,2}{97,6} \right) \quad (3-61)$$

#### b) Combustion secondaire

Selon le même principe utilisé pour le modèle de la combustion primaire du charbon, nous pouvons schématiser le modèle de la combustion secondaire par la figure (3-7) :

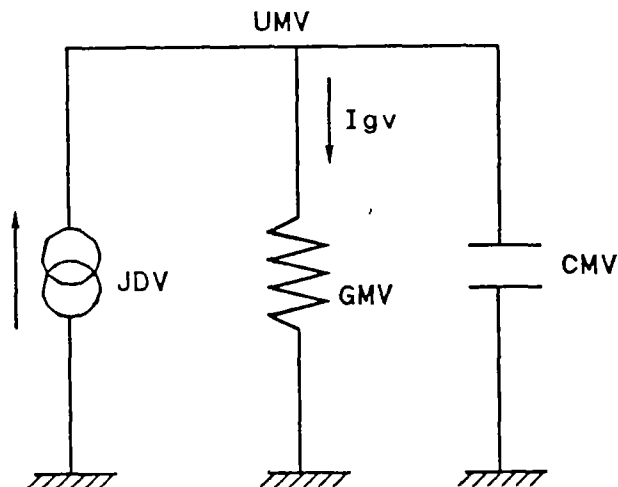


Figure 3-7 : Modèle de la combustion secondaire

Les différents éléments du circuit représentent :

JDV : Débit des matières volatiles du charbon  $JDV = D_v$   
 GMV : Vitesse du dégagement des matières volatiles  $GMV = V_{mv}$   
 CMV : Capacité unité  
 UMV : Masse des matières volatiles dans la couche du charbon  $UMV = M_v$

Le courant  $I_{gv}$  traversant la conductance GMV représente le débit des matières volatiles dégagées.

L'énergie dégagée par la combustion secondaire  $Q_s$  par unité de temps est la somme des énergies dégagées par la combustion des matières volatiles et des gaz imbrûlés, elle est donc égale à :

$$Q_s = PCI \cdot [ I_{gv} + I_{gc} \cdot B_{co} \left( \frac{68,2}{97,6} \right) ] \quad (3-62)$$

### c) Température du charbon

Le modèle de la température du charbon est basé sur l'équation de bilan énergétique. Nous utilisons toujours le circuit R-C et une source de courant pour représenter ce modèle. Mais dans ce circuit, la tension devient en fait la température.

Le schéma électrique associé à la représentation du calcul de la température du charbon pour la zone i est le suivant :

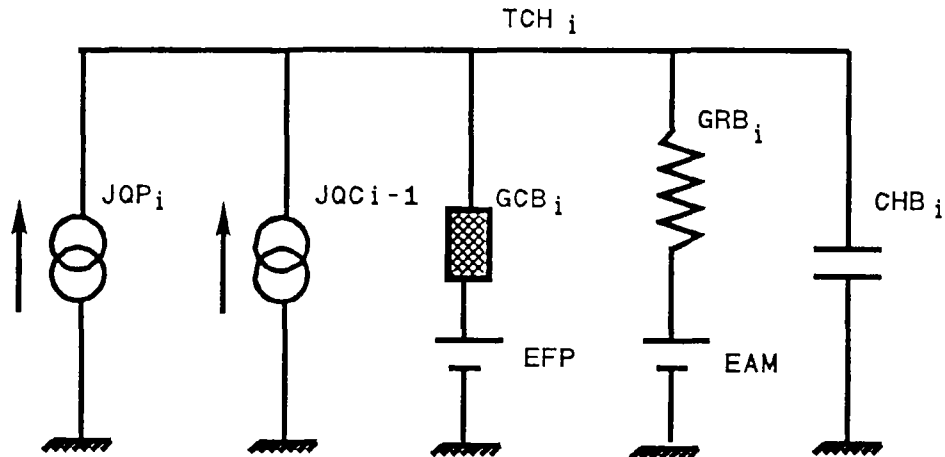


Figure (3-8) : Modèle de la température du charbon

Dans lequel :

$JQP_i$  : Energie dégagée par la combustion primaire  $JQP_i = Q_p$   
 $JQC_{i-1}$  : Energie amenée par le charbon  $JQC_{i-1} = c_{mb} \cdot D_{cz(i-1)} \cdot T_{c(i-1)}$   
 $EFP$  : Température des parois dans le foyer  $EFP = T_{fp}$   
 $EAM$  : Température moyenne d'air qui traverse la couche de charbon  $EAM = T_{am}$   
 $CHB_i$  : Capacité calorifique du charbon sur la grille  $CHB_i = c_{mb} \cdot M_{ci}$   
 $GCB_i$  : Conductance convective thermique  $GCB_i = S_{vi} \cdot \alpha_{ci}$   
 $GRB_i$  : Conductance radiative thermique, nous la définissons de la façon suivante :

Nous savons que l'énergie transférée par rayonnement est égale à :

$$\varepsilon \cdot \sigma \cdot S_r \cdot (T_{fp}^4 - T_c^4)$$

Elle doit aussi être égale à :

$$GRB_i \cdot (T_{fp} - T_c)$$

Cela conduit à :

$$GRB_i = \varepsilon \cdot \sigma \cdot S_r \cdot (T_{fp}^2 + T_c^2) \cdot (T_{fp} + T_c) \quad (3-63)$$

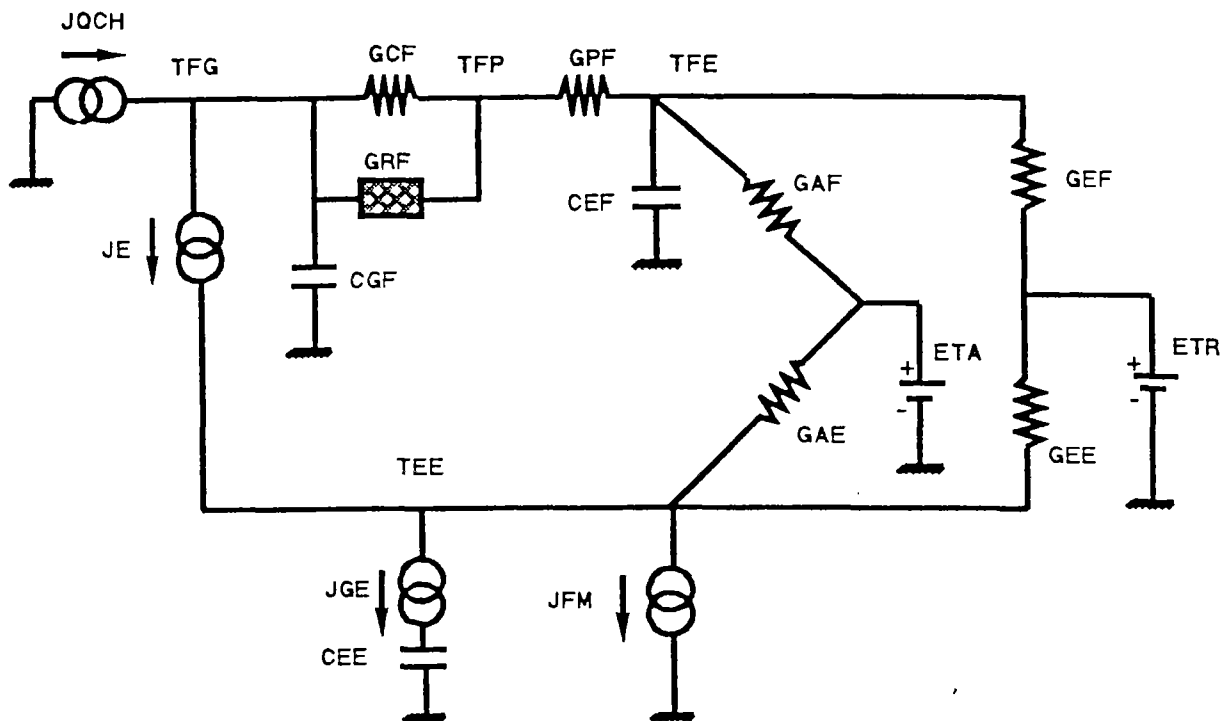
La tension sur le noeud  $TCH_i$  représente la température du charbon  $T_c$  dans zone i.

### 3.3.3.2 - Modèle des transferts de chaleur

Le modèle des transferts de chaleur est représenté par un circuit de trois noeuds capacitifs et un noeud résistant :

- Noeud TFG capacitif : représente les gaz dans le foyer
- Noeud TFE capacitif : associé à l'eau circulant dans le foyer
- Noeud TFP résistant : figure les parois du foyer
- Noeud TEE capacitif : représente l'eau circulant dans l'échangeur.

La topologie du modèle est schématisée dans la figure (3-9) :



**Figure 3-9 : Modèle des transferts de chaleur**

- avec :
- UTFG : Température des gaz dans le foyer
  - UTFE : Température de l'eau en sortie du foyer
  - UTFP : Température des parois du foyer
  - UTEE : Température de l'eau en sortie de l'échangeur
  - ETA : Température de l'air ambiant
  - ETR : Température de retour d'eau.

Nous utilisons la conductance GRF pour représenter l'échange par rayonnement entre les gaz et les parois dans le foyer. Elle est égale à :

$$GRF = R_f \cdot SRF \cdot (UTFG^2 + UTFP^2) \cdot (UTFG + UTFP) \quad (3-64)$$

Le courant qui traverse la conductance GRF est donc l'énergie transférée des gaz à l'eau par rayonnement.

Les conductances GCF et GPF sont associées respectivement à la convection entre les gaz et parois et à la convection entre les parois et l'eau dans le foyer. Elles s'expriment respectivement par :

$$GCF = \alpha_{fg} \cdot SFP$$

$$GPF = \alpha_{fp} \cdot SFE$$

La source de courant JGE tient lieu d'échange convectif entre les gaz et l'eau dans l'échangeur. Elle est égale à :

$$JGE = \alpha_{ge} \cdot SEC \cdot T_{eg}$$

où  $T_{eg}$  est l'écart logarithmique de la température de l'eau et des gaz.

Les conductances GAF et GAE représentent respectivement la convection entre l'eau et l'air ambiant dans le foyer et dans l'échangeur. Nous les calculons à partir de la série d'équations suivante :

$$\alpha_{fa} \cdot SFA \cdot \left( \frac{UTFE + ETR}{2} - ETA \right) = GAF \cdot (UTFE - ETA)$$

GAF est donc égale à :

$$GAF = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{fa} \cdot SFA \cdot \left( 1 + \frac{ETR - ETA}{UTFE - ETA} \right) \quad (3-65)$$

Nous en déduisons également :

$$GAE = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{ea} \cdot SEA \cdot \left( 1 + \frac{ETR - ETA}{UTEE - ETA} \right) \quad (3-66)$$

Les courants passant dans ces deux conductances représentent donc les pertes par les parois extérieures de la chaudière.

Les circulations d'eau dans le foyer et dans l'échangeur sont modélisées respectivement par les conductances fluides GEF et GEE.

La source de courant JQCH représente l'énergie dégagée par la combustion du charbon, elle est égale à :

$$JQCH = Q_p + Q_s$$

La source de courant JE figure l'enthalpie emportée par les gaz sortant du foyer, elle peut être calculée par :

$$JE = c_{mf} \cdot D_{fm} \cdot T_{fc}$$

JFM représente l'enthalpie emportée par les fumées, on a :

$$JFM = D_{fm} \cdot c_{mf} \cdot (T_{fm} - T_a)$$

Les capacités dans cette configuration ont respectivement la signification et la valeur suivante :

CGF : Capacité calorifique des gaz dans le foyer

$$CGF = V_{fy} \cdot c_{vf}$$

CEF : Capacité calorifique de l'eau dans le foyer

$$CEF = V_{fe} \cdot c_{ve}$$

où  $V_{fe}$  : Volume d'eau dans le foyer (m<sup>3</sup>)

$c_{ve}$  : Chaleur volumique d'eau (J/m<sup>3</sup>.K)

CEE : Capacité calorifique de l'échangeur

$$CEE = V_{ec} \cdot c_{ve}$$

où  $V_{ec}$  est le volume d'eau dans l'échangeur.

## **4 – EXPERIMENTATION ET SIMULATION**

Pour valider notre modèle de chaudière, nous avons effectué des expérimentations sur le banc d'essai de chaudière à charbon de la société SECCACIER. Le but de ces essais est de vérifier, en comparant les résultats de simulations et les mesures sur site, si les comportements dynamique et statique obtenus par le modèle correspondent exactement à ceux de chaudière réelle. Deux sortes d'essais ont été réalisés. Le premier correspond à une phase de la mise en régime de la chaudière, le deuxième au fonctionnement en régime cyclique.

### **4.1 – Présentation du dispositif expérimental**

La chaudière d'essais est une chaudière à grille d'une puissance de 1600 kW (figure 4-1). Cette chaudière comporte un foyer et un échangeur. Le charbon est alimenté par un poussoir actionné par un groupe moto-réducteur qui permet de régler le débit de charbon. L'air primaire entre dans le foyer par trois caissons sous la grille. Le débit d'air traversant ces trois caissons peut être réglé indépendamment. L'eau entre parallèlement dans le foyer et dans l'échangeur et sort de la chaudière par un collecteur où ces deux courants d'eau se mélangent.

**Figure (4- 1) : Schéma de la chaudière d'essai**



La régulation de la chaudière est commandée par un thermostat. Les séquences de fonctionnement sont les suivantes :

- Lorsque la température de départ d'eau est plus élevée que la valeur prévue, le thermostat coupe l'alimentation du charbon et l'air primaire. L'air secondaire, par contre, est fourni pendant un certain temps pour assurer la combustion des matières volatiles qui continuent de se dégager.
- Lorsque la température de départ d'eau est inférieure à la consigne, la chaudière est remise automatiquement en marche. L'air primaire et le charbon sont alimentés successivement.

Une unité d'acquisition HP 3412 A a été installée pour mesurer les paramètres intervenant dans notre modèle. Les résultats ont été enregistrés à l'aide d'un ordinateur HP-85.

Les paramètres mesurés sont les suivants :

- la température de départ d'eau
- la température de retour d'eau
- la température des fumées
- la température des gaz en sortie du foyer
- le débit d'air primaire
- le débit d'eau
- le débit de charbon
- la teneur en CO et CO<sub>2</sub> dans les fumées
- la puissance de la chaudière.

Tous les paramètres sont mesurés périodiquement avec un intervalle de cinq minutes à l'aide de l'unité d'acquisition HP 3412 sauf le débit de l'air. Ce dernier est mesuré manuellement toutes les 15 minutes à l'entrée des caissons sous la grille en utilisant un anémomètre.

Les températures de l'eau sont obtenues à l'aide de thermocouples de type T.

Les températures des gaz et des fumées sont mesurées à l'aide de thermocouples de type K. Pour éviter les perturbations dues au rayonnement sur les mesures de la température des gaz en sortie du foyer, nous avons protégé les sondes par une gaine en céramique, cela nous permet d'avoir des mesures plus fiables.

Le débit du charbon est calculé à partir de la vitesse de déplacement du poussoir.

La mesure du débit d'eau se fait à l'aide d'un débitmètre relevée manuellement.

Les teneurs en CO et CO<sub>2</sub> des fumées sont analysées par un dispositif électro-chimique.

Afin d'obtenir une valeur moyenne représentative de la température des gaz en sortie du foyer, nous avons installé quatre sondes à la sortie du foyer. La valeur moyenne de ces quatre mesures est utilisée pour apprécier cette température.

Nous avons également essayé de mesurer la température des gaz dans le foyer, la température du charbon et celle des parois dans le foyer. Mais les valeurs obtenues se sont avérées inutilisables. Dans le cas des prises de la température du charbon, les sondes installées dans la couche ont subi des dommages dus au déplacement du charbon sur la grille. Les mesures de la température des gaz dans le foyer ne sont pas exploitables du fait qu'elles sont trop affectées par le très fort rayonnement existant dans le foyer (en particulier le rayonnement des flammes). Les mesures de la température des parois sont également inutilisables à cause de la difficulté de fixation des sondes.

## 4.2 – Choix de la dimension du modèle de chaudière

Dans notre modèle de combustion, la grille est décomposée en plusieurs zones à cause de la variation de l'allure de la combustion le long de cette grille.

En ce qui concerne la chaudière d'essai, nous avons décomposé la grille en trois zones pour la modélisation. Ces trois zones correspondent aux trois caissons situés sous la grille et par lesquels l'air primaire pénètre dans le foyer. Le débit d'air dans chaque caisson peut être réglé séparément selon le besoin de la combustion du charbon sur la grille.

## 4.3 – Evaluation des paramètres du modèle

Nous pouvons distinguer trois sortes de paramètres dans le modèle, caractérisant :

- le charbon et la couche de charbon
- la chaudière
- les transferts de chaleur.

### 4.3.1 – PARAMETRES DU CHARBON ET DE SA COUCHE

Le charbon utilisé pour les essais est de type flambant gras.

Les propriétés du charbon sont les suivantes :

- Calibrage : Les grains sont criblés par de diamètre de 6mm-10mm. Nous considérerons donc que le diamètre moyen des grains est de 8 mm.
- Matières volatiles/sec : 24 %
- Indice de gonflement : 3,2
- Taux de cendres/sec : 5,1
- Humidité totale : 3 %
- Pouvoir calorifique inférieur : 31 280 kJ/kg
- Pouvoir comburivore : 10,43 kg/kg
- Pouvoir fumigène : 9,1 kg/kg
- Masse volumique : 1 158 kg/m<sup>3</sup>
- Chaleur massique : 2 090 kJ/kg.K

Un autre facteur important de la combustion est le coefficient chimique  $h_c$ . Il peut être déterminé par l'expression suivante [WINS.76] :

$$h_c = \frac{9,55 \cdot 10^6 \cdot Y_{og}}{(T_c^{1/2}) \cdot P_{co}} \cdot \exp\left(-\frac{22142}{T_c}\right)$$

avec :

$$P_{co} = \frac{12}{32} \cdot (1 - \beta_{co}) + \frac{12}{16} \cdot \beta_{co}$$

Les propriétés qui interviennent dans la description de la couche du charbon sont les suivantes :

- Taux de vide de la couche : 0,4
- Masse volumique du charbon en vrac : 694,8 kg/m<sup>3</sup>
- Hauteur initiale de la couche : 0,1 m

Le calcul de la surface radiative de la couche du charbon (voir l'équation 3-19) nécessite également de connaître la surface de la section de la couche  $S_{cs}$ . Cette dernière varie avec la masse du charbon sur la grille. Nous allons calculer ci-dessous cette surface.

La figure (4-2) représente la section droite de la couche du charbon découpée en trois zones.

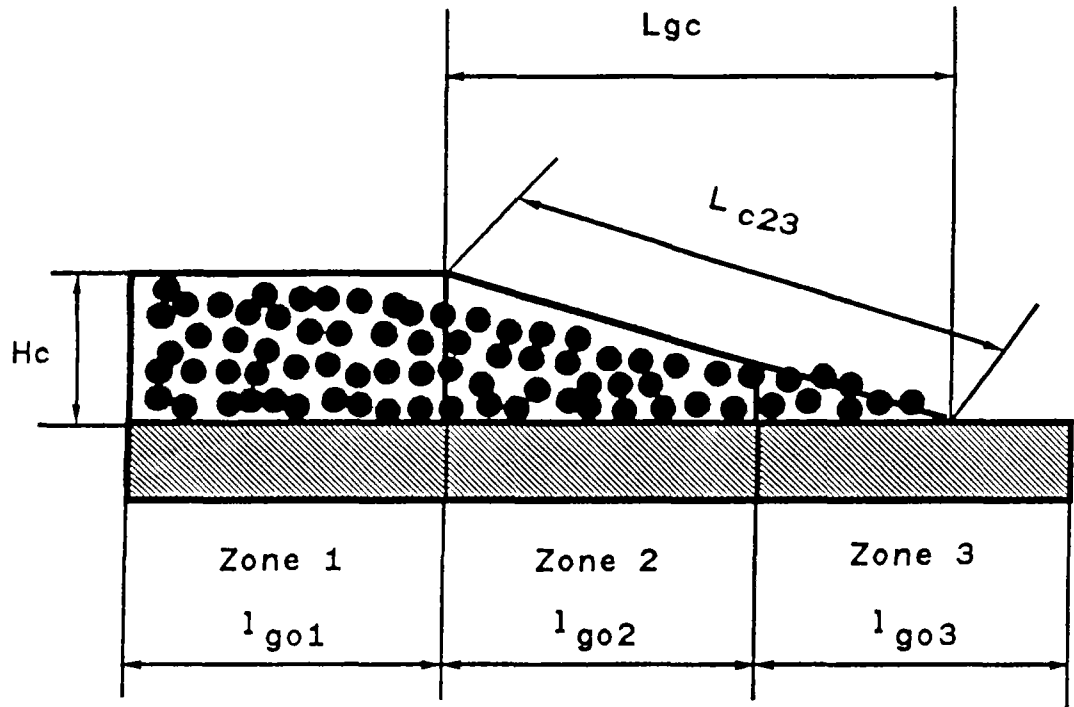


Figure 4-2 : Section droite de la couche du charbon

Les longueurs de ces trois zones sont respectivement :  $L_{go1}$ ,  $L_{go2}$  et  $L_{go3}$ .

La largeur de la grille est  $L_{ga}$ .

Nous supposons que la couche du charbon dans la zone 1 a toujours la forme d'un rectangle. La section de la couche dans cette zone  $S_{cs1}$  est donc égale à la surface de la grille :

$$S_{cs1} = L_{go1} \cdot L_{ga} \quad (4-1)$$

Nous supposons ensuite que la couche de charbon dans la zone 2 et la zone 3 a la forme d'un triangle rectangle, la longueur de la partie de grille occupée par le charbon  $L_{gc}$  (voir figure 4-2) peut être alors déterminée par l'équation suivante :

$$L_{gc} = \frac{2 \cdot (M_{c2} + M_{c3})}{\theta_c \cdot H_c \cdot L_{ga}}$$

avec  $M_{c2}$  : Masse de charbon dans la zone 2  
 $M_{c3}$  : Masse de charbon dans la zone 3.

Puisque la hauteur de ce triangle  $H_c$  est très inférieure à sa longueur  $l_{c23}$ , nous pouvons supposer que  $l_{c23}$  est approximativement égale à  $L_{gc}$ .

Lorsque  $L_{gc}$  est supérieure à la longueur de la zone 2 ( $L_{go2}$ ), la surface totale de la couche de la zone 2 ( $S_{cs2}$ ) et de la zone 3 ( $S_{cs3}$ ) peut être calculée par les expressions suivantes :

$$S_{cs2} = L_{ga} \cdot L_{go2} \quad (4-2)$$

et 
$$S_{cs3} = L_{ga} \cdot (L_{gc} - L_{go2}) \quad (4-3)$$

Lorsque  $L_{gc}$  est inférieure à la longueur de la zone 2, la surface de section droite de la zone 3 est nulle, et celle de la zone 2 est égale à :

$$S_{cs2} = L_{ga} \cdot L_{gc} \quad (4-4)$$

#### 4.3.2 - PARAMETRES DE LA CHAUDIERE

Les paramètres de la chaudière correspondent surtout à ses dimensions géométriques ; ils sont les suivants :

- Surface totale de la grille	:	3,94 m <sup>2</sup>
- Surfaces des trois zones de grille	:	1,56m <sup>2</sup> , 1,73m <sup>2</sup> et 0,66 m <sup>2</sup>
- Longueur des ces trois zones	:	0,45 m, 0,5m, 0,19 m
- Largeur de la grille	:	3,46 m
- Volume du foyer	:	2,58 m <sup>3</sup>
- Volume de l'échangeur	:	5,4 m <sup>3</sup>
- Surface d'échange gaz/paroi dans le foyer	:	16,3 m <sup>2</sup>
- Surface d'échange paroi/eau dans le foyer	:	27,4 m <sup>2</sup>
- Surface d'échange eau/air dans le foyer	:	27,4 m <sup>2</sup>
- Surface d'échange paroi/eau dans l'échangeur	:	106,84 m <sup>2</sup>
- Surface d'échange eau/air dans l'échangeur	:	106,84 m <sup>2</sup>

#### 4.3.3 - PARAMETRES DES TRANSFERTS DE CHALEUR

Pour simplifier le calcul, nous déterminons les paramètres des transferts thermiques soit par expérimentation, soit par approximation.

Toutes les mesures utilisées pour les évaluations des paramètres sont effectuées dans les conditions de référence. Cela signifie que la chaudière fonctionne à puissance nominale et en régime permanent. L'excès d'air est en permanence de 70 %.

En mesurant les températures des gaz et d'eau en entrée et en sortie de l'échangeur, le coefficient d'échange convectif  $\alpha_{egr}$  dans les conditions de référence peut être évalué à partir de l'équation suivante :

$$\alpha_{egr} = \frac{c_{mf} \cdot D_{fm} \cdot (T_{fc} - T_{fm})}{SEC \cdot T_{eg}}$$

Pour la chaudière utilisée dans nos essais, nous avons  $\alpha_{egr} = 13,88 \text{ kW/m}^2 \cdot \text{K}$ .

Afin de simplifier l'évaluation des coefficients de rayonnement et de convection dans le foyer, nous admettons en première approximation que 50 % de la chaleur est transférée par rayonnement. Nous admettons également qu'en régime permanent, la température des gaz dans le foyer est de 850°C et la température des parois dans le foyer est de 200°C, lorsque la chaudière fonctionne dans les conditions de référence. Cette répartition de la transmission de chaleur et les niveaux des températures sont représentatives pour ce type de chaudière. En mesurant les températures de l'eau et des gaz, les coefficients des transferts thermiques peuvent être déterminés à partir de l'expression suivante :

- le coefficient de rayonnement :

$$R_f = \frac{0,5 \cdot QCH}{SRF \cdot (T_{fg}^4 - T_{fp}^4)}$$

- le coefficient de convection gaz/parois :

$$\alpha_{fg} = \frac{0,5 \cdot QCH - c_{mf} \cdot D_{fm} \cdot T_{fc}}{SFP \cdot (T_{fg} - T_{fp})}$$

- le coefficient de convection parois/eau :

$$\alpha_{fp} = \frac{0,5 \cdot QCH + \alpha_{fg} \cdot SFP \cdot (T_{fg} - T_{fp})}{SFE \cdot (T_{fp} - T_{fe})}$$

Dans les conditions de référence, les pertes de chaleur par les parois représentent environ 5 % de l'énergie totale de la chaudière. Puisque nous connaissons les températures de l'eau et de l'air ambiant ainsi que la valeur de la surface de parois, nous pouvons évaluer très facilement le coefficient de convection eau/air.

Un autre paramètre à déterminer est  $k_f$  qui figure dans la formule 3-39 utilisée pour calculer la température des gaz en sortie du foyer. Cette détermination s'effectue à partir de l'équation (3-40). Nous avons pour notre modèle :  $k_f = 9,82 \cdot 10^{-6}$ .

#### **4.4 – Validation du modèle**

Le modèle développé a été validé à partir de deux types d'essais réalisés dans les conditions suivantes :

- le débit d'eau est constant ;
- les débits de charbon et d'air primaire, commandés par un thermostat, fonctionnent en régime tout ou rien ;
- l'excès d'air est constant en régime permanent.

Le premier type d'essai correspond à la mise en régime de la chaudière après une phase d'arrêt. Dans cet essai, la chaudière placée dans les conditions de référence est d'abord arrêtée (coupure de l'alimentation de combustible et d'air primaire) pendant environ trente minutes, puis est remise ensuite en fonction jusqu'à ce qu'elle réatteigne le régime permanent.

Le deuxième type d'essai correspond au maintien d'un régime de fonctionnement cyclique (succession de phases marche-arrêt) conditionné par un aquastat sur la température de départ d'eau. La température de consigne de départ d'eau est fixée à 80°C avec un différentiel statique de l'ordre de 10°C. Lorsque la température de départ d'eau est supérieure à 80°C, l'aquastat coupe l'alimentation du charbon et de l'air primaire, la puissance de la chaudière diminue donc, et la température de départ d'eau décroît. Dès que cette dernière est inférieure à 70°C, la chaudière redémarre, la température de l'eau augmente. Le régime cyclique est ainsi entretenu.

Parallèlement aux essais, nous avons effectué des simulations numériques sur ASTEC 3 à partir du modèle de chaudière développé. Les conditions de simulation sont identiques à celles des essais.

Les figures (4-3) à (4-8) visualisent les résultats des comparaisons effectuées entre les essais et les simulations.

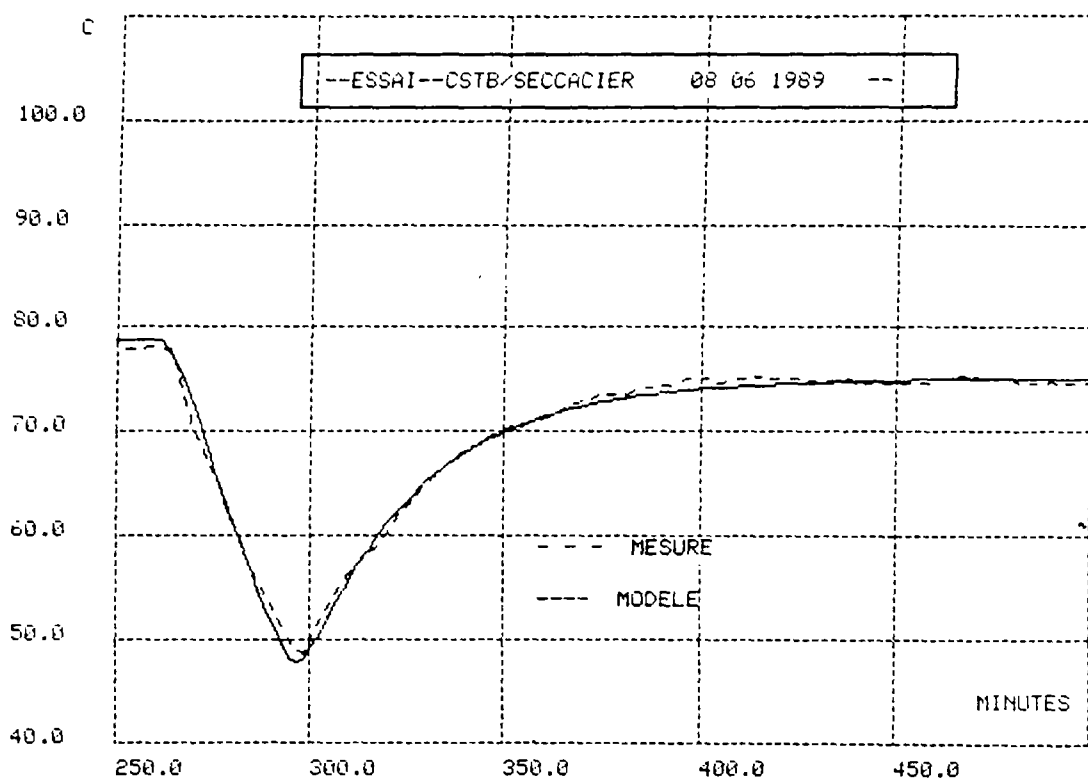


Figure 4-3 : Température de départ d'eau (mise en régime)

La figure (4-3) montre l'évolution de la température de départ d'eau lors d'une phase de mise en régime. Cette phase dure environ 150 minutes pendant laquelle la température de départ d'eau augmente de 49°C jusqu'à 75°C. Nous remarquons que le modèle traduit parfaitement le comportement dynamique de la chaudière tant pour la phase de marche que pour la phase d'arrêt. L'écart des températures entre le modèle et la mesure est très faible. L'aptitude du modèle à simuler le fonctionnement en régime permanent est également excellent.

Les figures (4-4) et (4-5) illustrent respectivement les évolutions de la température des fumées et de la température des gaz en sortie du foyer. Le modèle donne également des résultats satisfaisants au niveau du calcul des températures des gaz tant pour le régime transitoire que pour le régime permanent. En régime permanent, ces deux températures sont respectivement de l'ordre de 640°C et de 245°C. D'autre part, on constate que les mesures de la température des gaz en sortie du foyer ne sont pas stables. Ces fluctuations sont entraînées par le fort rayonnement existant dans le foyer.

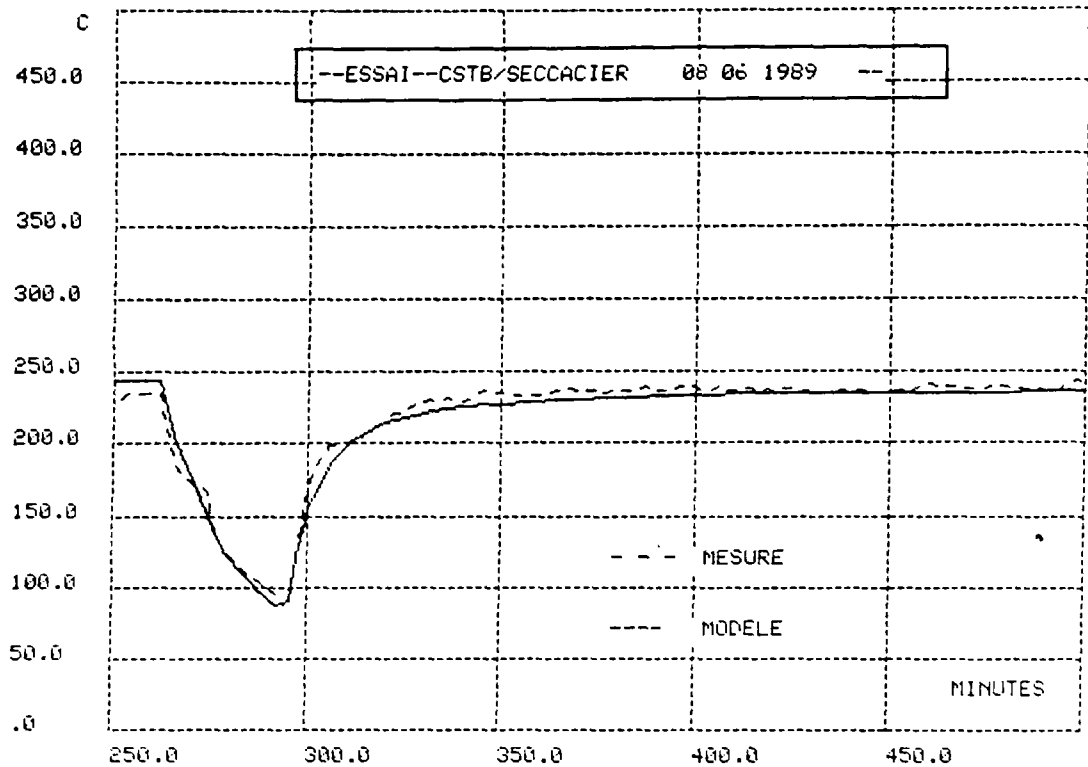


Figure 4-4 : Température des fumées (mise en régime)

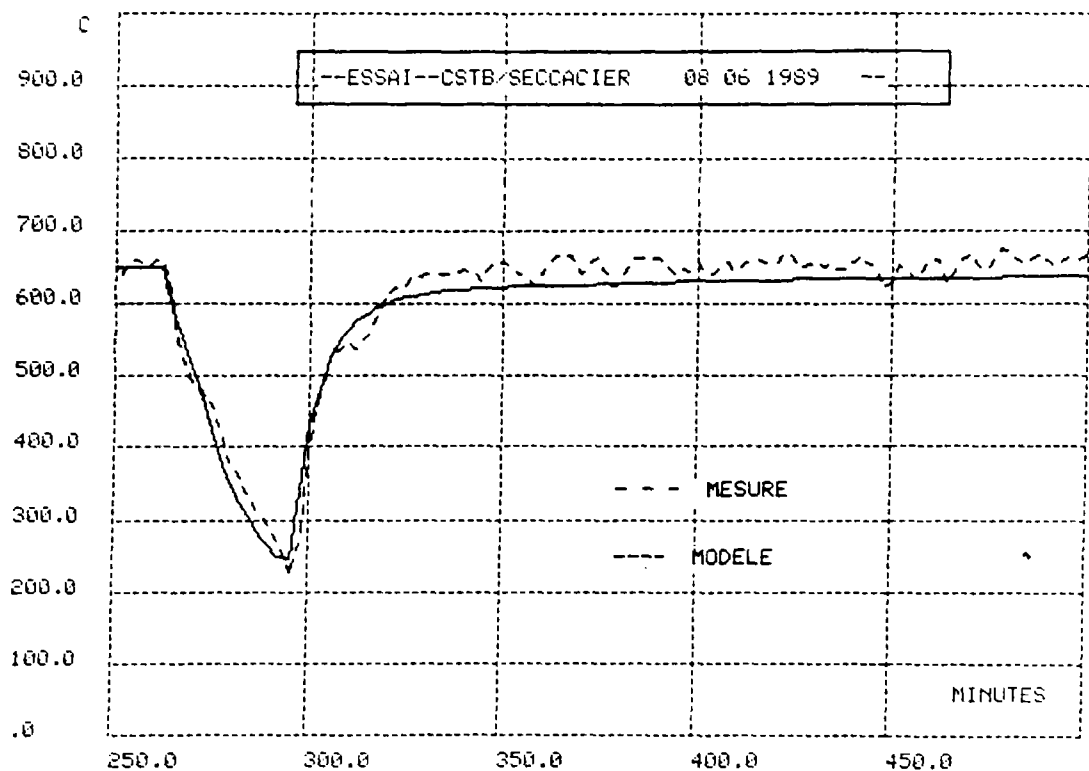


Figure 4-5 : Température des gaz en sortie du foyer (mise en régime)

Les figures (4-6), (4-7) et (4-8) montrent l'évolution de ces trois températures en régime cyclique. La température de départ d'eau contrôlée par l'aquastat varie entre 80°C et 70°C. On constate que la durée de remontée de cette température devient de plus en plus longue. Cela est dû à une baisse progressive de la température de retour d'eau. Nous avons effectué évidemment la simulation dans les mêmes conditions. La comparaison entre la mesure et la simulation montre que, pour le régime cyclique, il apparaît également une très bonne concordance, non seulement pour la température de l'eau, mais aussi pour les températures des gaz.

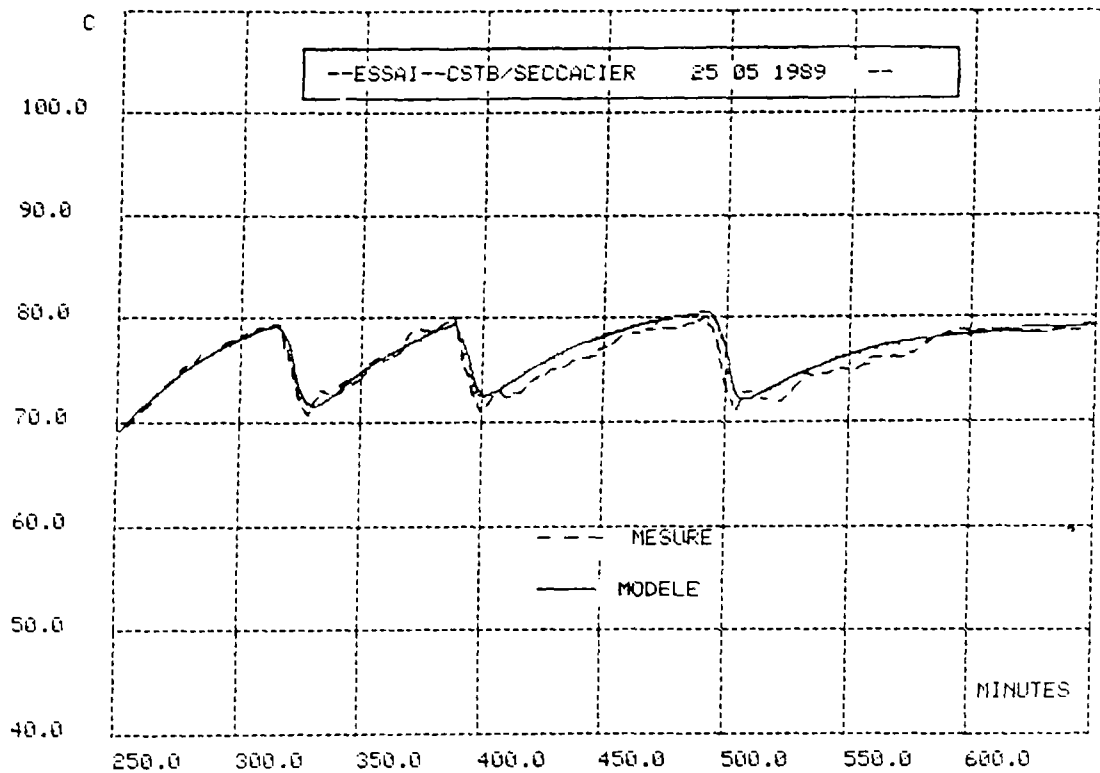


Figure 4-6 : Température de départ d'eau (régime cyclique)

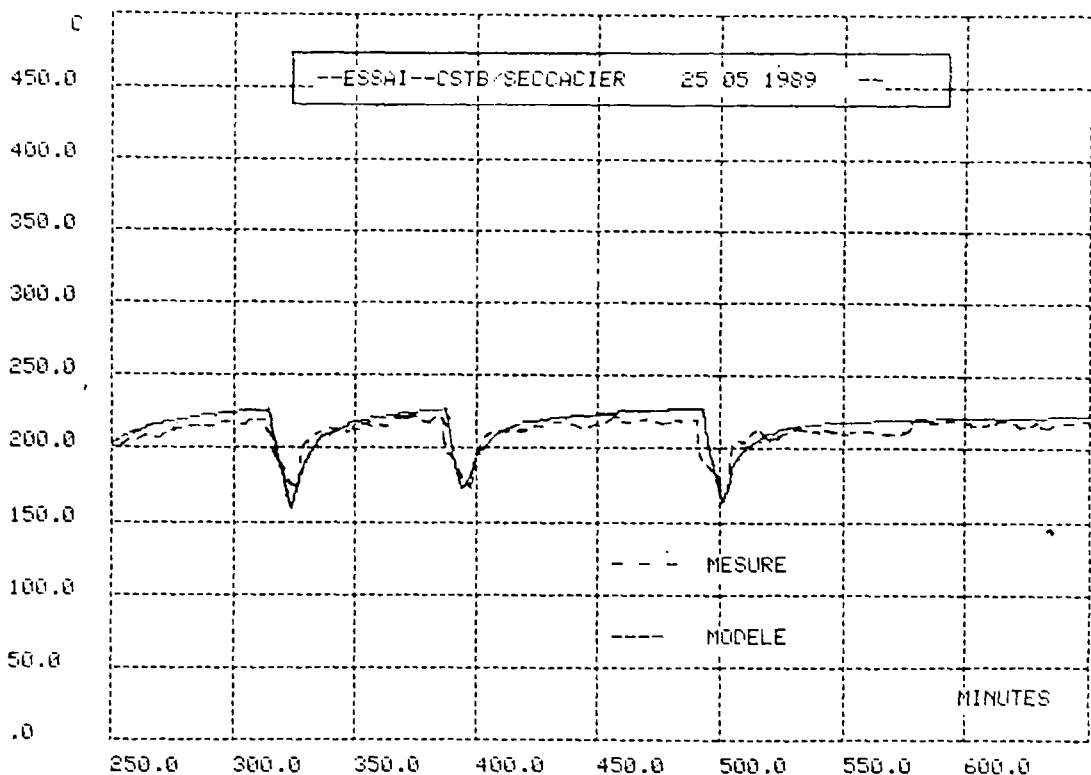


Figure 4-7 : Température des fumées (régime cyclique)



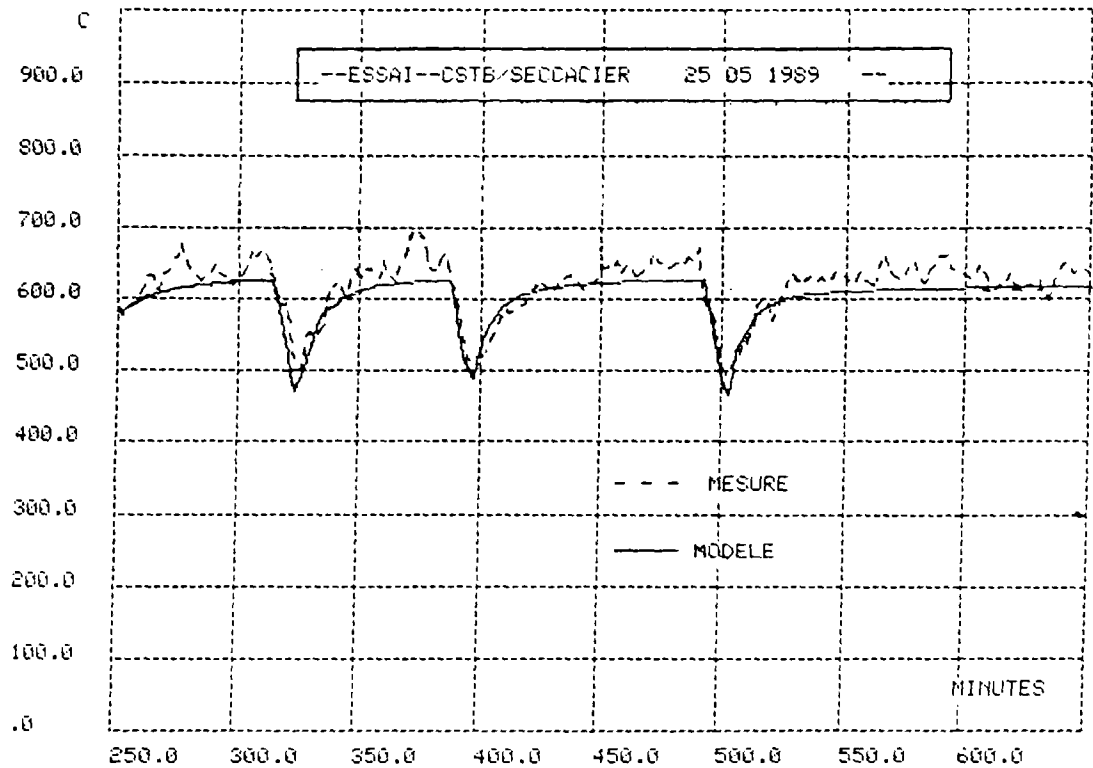


Figure 4-8 : Température des gaz en sortie du foyer (régime cyclique)

Il en résulte donc que le modèle développé ci-dessus décrit parfaitement les comportements de la chaudière et que la prédiction des températures de départ d'eau et des gaz est de bonne qualité. Il existe une très bonne concordance entre les mesures et les simulation pour le régime dynamique et pour le régime permanent.

Le modèle numérique développé permet d'estimer par ailleurs des paramètres tels que la température du charbon, la température des gaz et celle des parois dans le foyer. Cependant, il ne nous a pas été possible de comparer ces calculs aux résultats expérimentaux car nous n'avons pas eu la possibilité de mesurer ces paramètres particuliers sur le site. Les figures (4-9) et (4-10) illustrent donc uniquement les résultats de simulation.

La figure 4-9 montre l'évolution de la température du charbon, de la température des gaz et de la température des parois dans le foyer calculées par le modèle pour la phase de mise en régime. Nous constatons que la température du charbon est de l'ordre de 1200°C en régime permanent, et que la température des gaz dans le foyer est 850°C, soit 200°C de plus que celle des gaz en sortie du foyer. La température des parois dans le foyer est de l'ordre de 220°C. Ces résultats sont tout à fait raisonnables pour ce type de chaudière et pour le charbon utilisé.

La figure 4-10 illustre les évolutions des mêmes paramètres pour le régime cyclique.

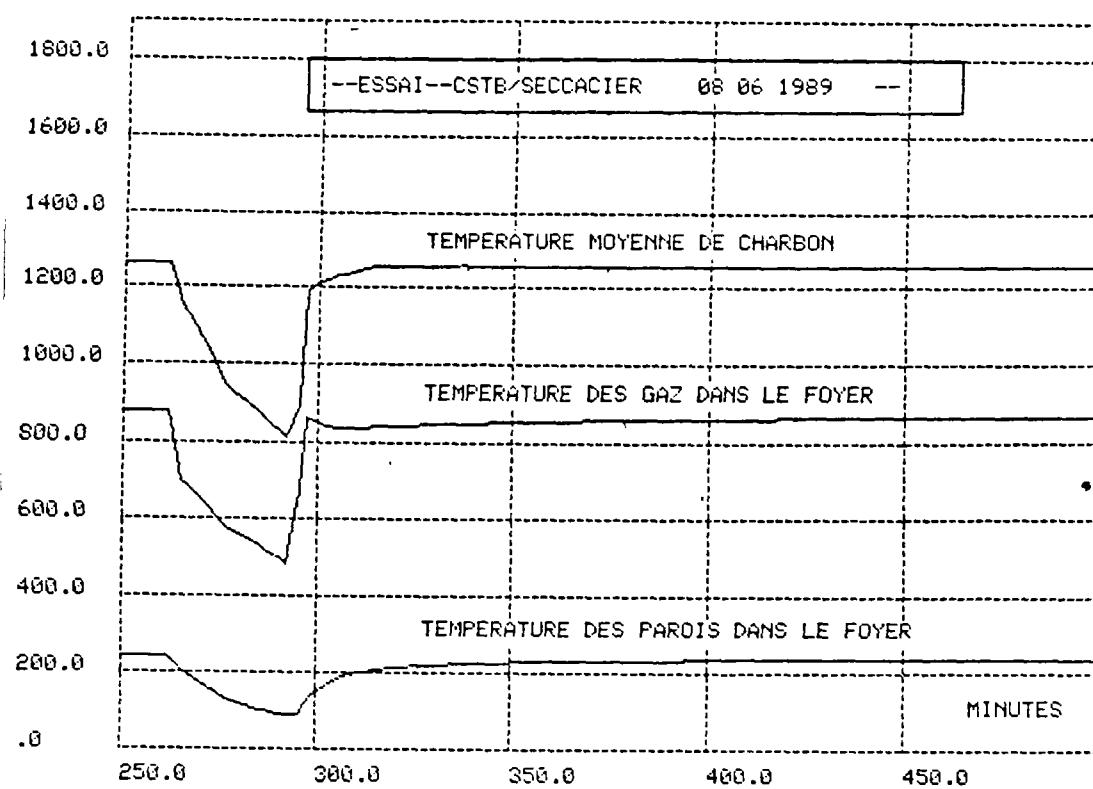


Figure 4-9 : Mise en régime

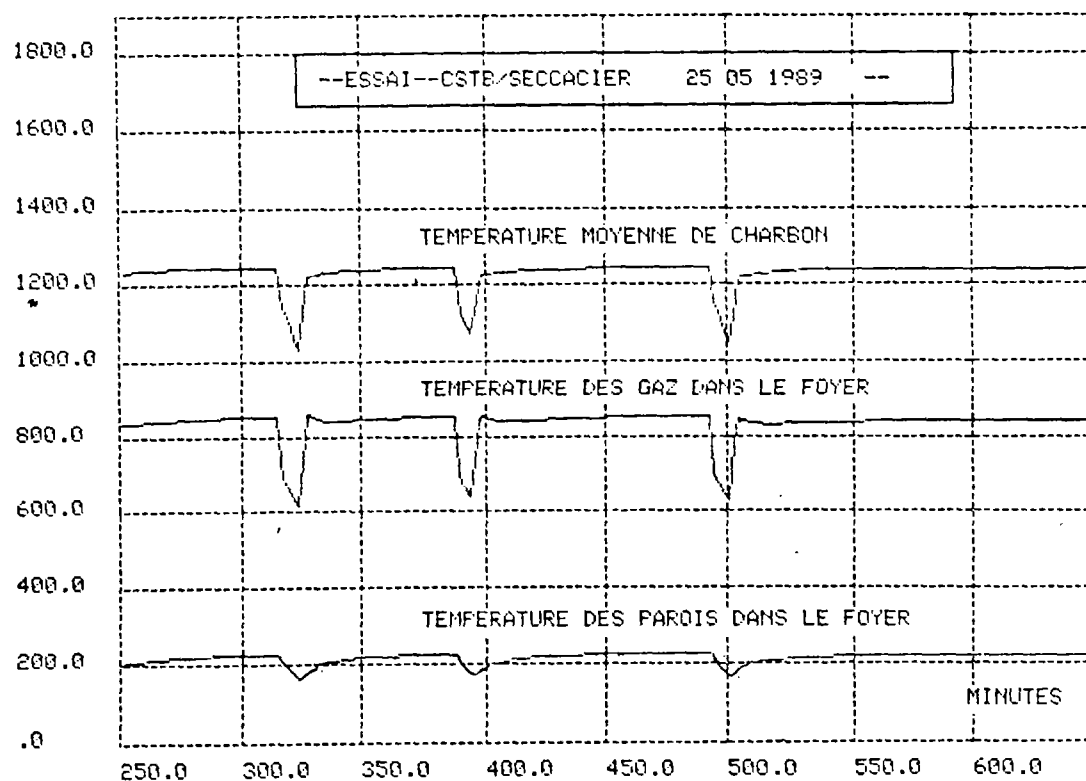


Figure 4-10 : Régime cyclique

A partir du modèle, nous pouvons également calculer le rendement de la chaudière, les pertes par les fumées et par les parois. Pour le premier essai (mise en régime), nous avons:

- rendement de la chaudière : 87,6 %. (la valeur obtenue par les mesures est 88 %)
- pertes par les fumées : 9,2 % de la puissance fournie par la combustion
- pertes par les parois extérieures : 3,2 % de la puissance de la chaudière.

Il faut noter que la validation que nous avons menée a été uniquement effectuée pour les conditions nominales. Cette validation nous permet de justifier que le modèle développé décrit correctement le comportement dynamique de la chaudière. Mais cette validation reste limitée. Elle serait plus complète si on avait pu changer les conditions d'essai en utilisant par exemple différents types de charbon ou en modifiant les débits de charbon, d'air et d'eau. Malheureusement nous n'avons pas eu les moyens matériels de procéder de la sorte.

#### 4.5 - Applications du modèle de chaudière à charbon

Le modèle de chaudière à charbon que nous avons développé ci-dessus peut être utilisé dans différents cas d'études. Il permet d'évaluer les influences sur le comportement de chaudière des variations de paramètres tels que les caractéristiques du charbon utilisé, les paramètres des transferts de chaleur, etc... Il peut être utilisé pour calculer le rendement de la chaudière en fonction de la charge et il peut également être couplé avec un modèle de réseau de chauffage. Nous donnerons ci-dessous deux exemples des ces possibilités d'applications.

##### 4.5.1 - EVALUATION DE L'INFLUENCE DES PARAMETRES SUR LE COMPORTEMENT DE LA CHAUDIERE

Le paramètre que nous allons étudier ci-après est le diamètre des grains. Nous effectuerons deux simulations de mise en régime de la chaudière dans les mêmes conditions à l'exception du diamètre des grains qui est différent. Les résultats des simulations nous montreront l'influence de ce paramètre sur le comportement de la chaudière.

Pour la première simulation, le diamètre des grains est de 8 mm, Ce qui correspond à des grains normaux. La deuxième simulation correspond à des petits grains de diamètre de 4 mm. La chaudière fonctionne à puissance nominale avec un excès d'air de 60 %. Le charbon utilisé est de type flambant.

Les figure (4-11) à (4-14) visualisent les différents résultats de la simulation obtenus en utilisant ces deux sortes de grains.

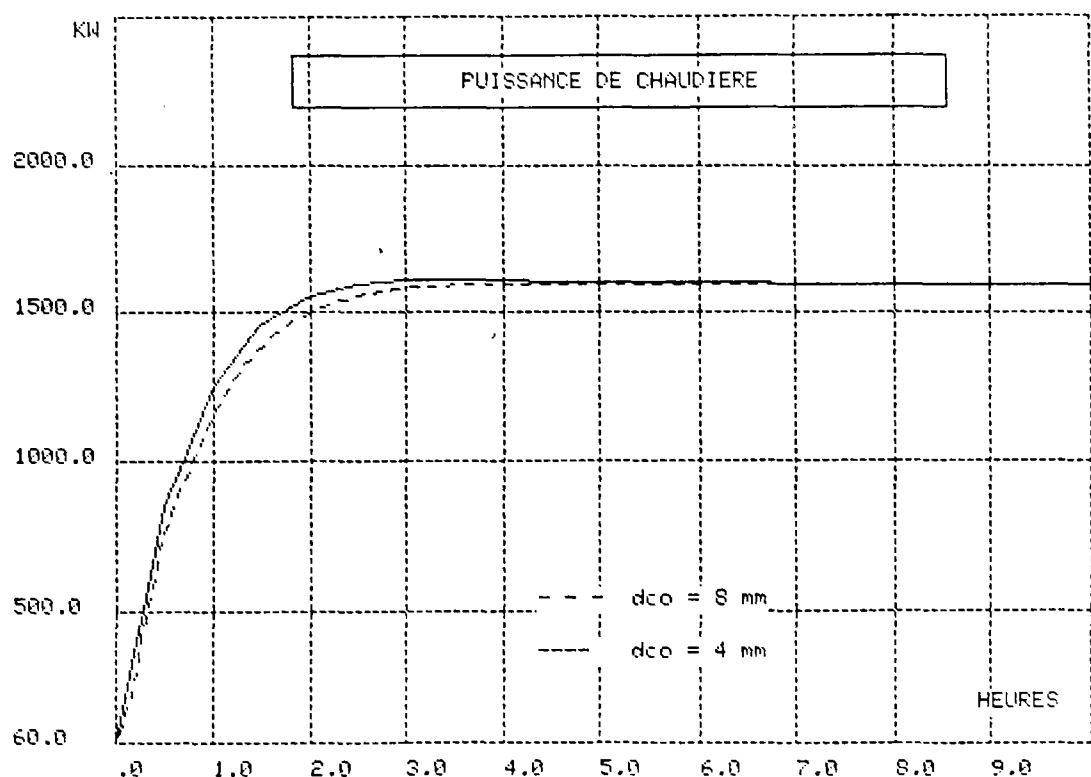


Figure 4-11 : Puissance de la combustion

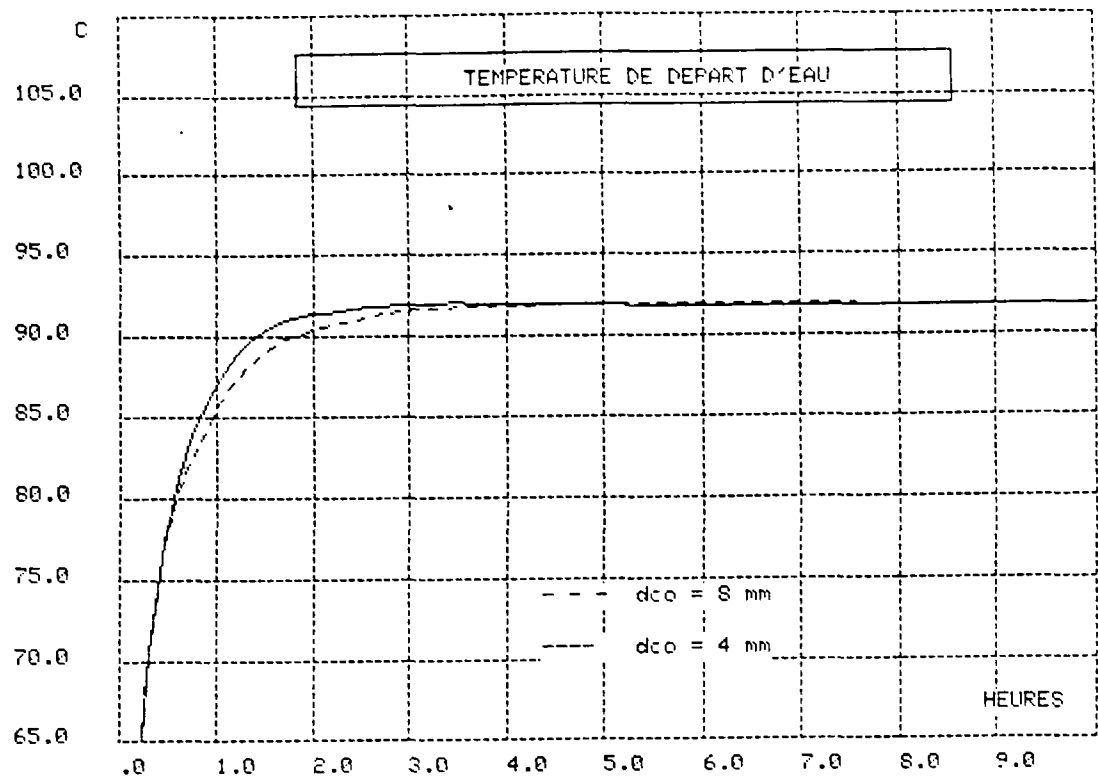


Figure 4-12 : Température de départ d'eau

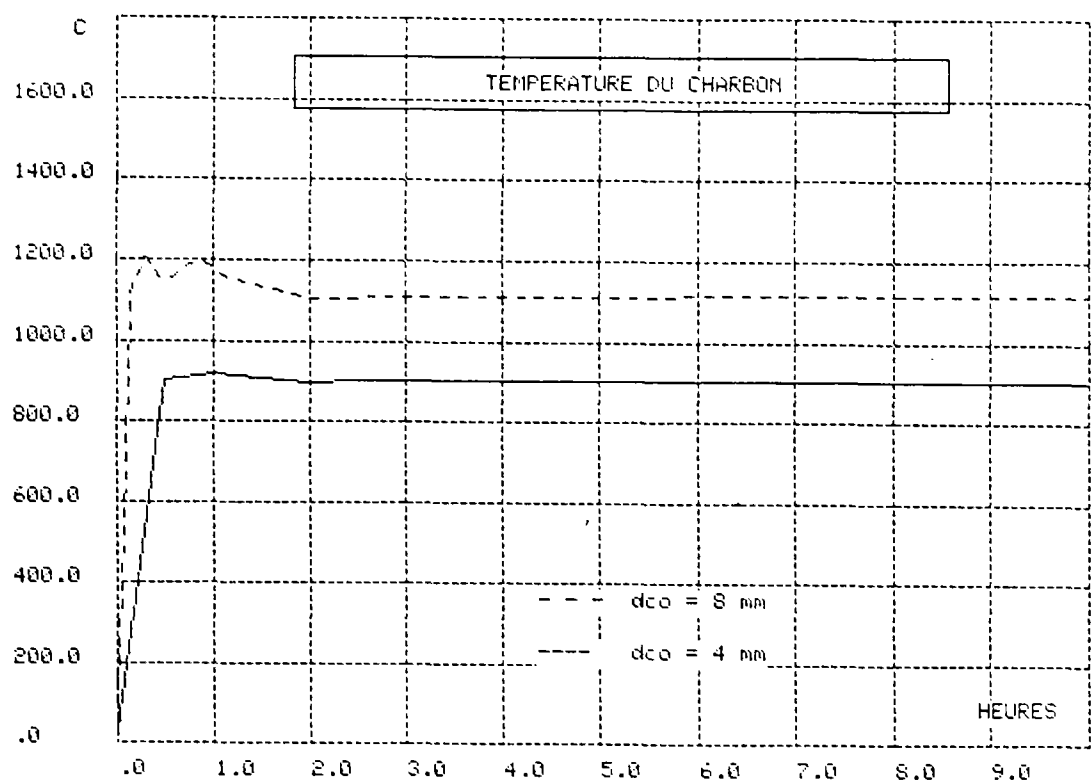


Figure 4-13 : Température du charbon

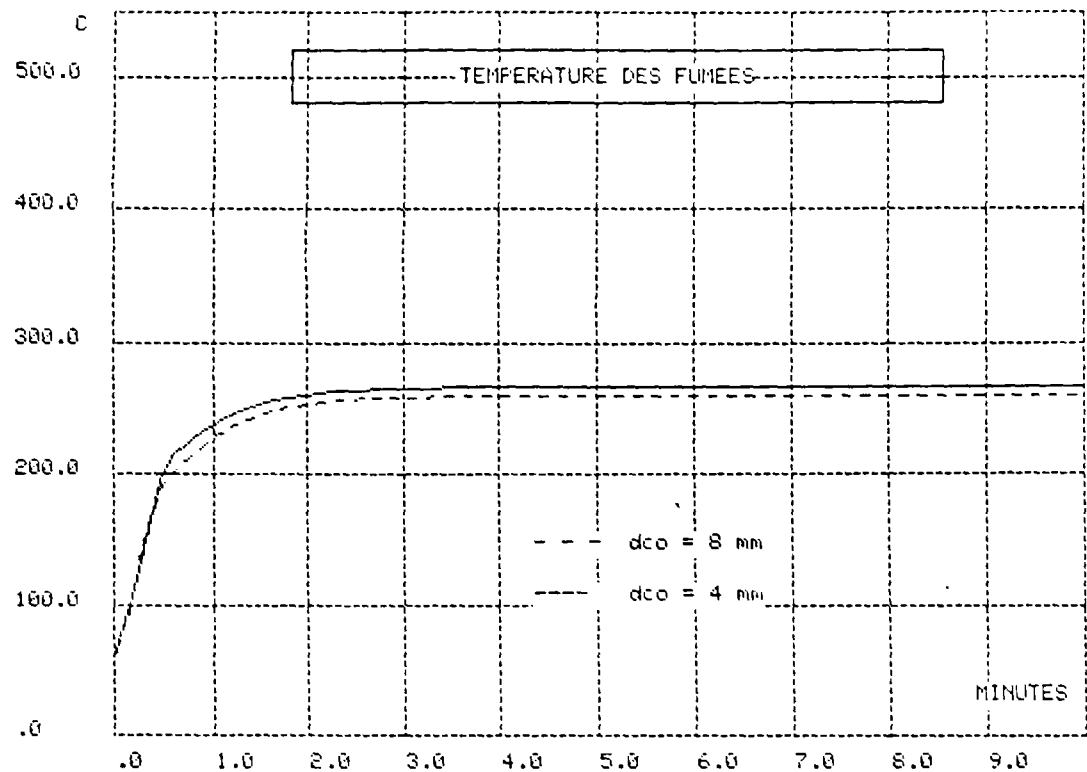


Figure 4-14 : Température des fumées

A partir de la figure (4-11) qui décrit les variations de la puissance de combustion, nous constatons que la puissance de combustion augmente plus vite dans le cas où le diamètre des grains est plus petit. Ceci est dû au fait que la surface de réaction entre le charbon et l'air est d'autant plus élevée que le diamètre des grains est plus petit. En conséquence, la vitesse massique de combustion est plus grande quand le diamètre des grains diminue.

La température de départ d'eau (voir la figure 4-12) varie plus lentement dans le cas où les grains de charbon sont plus volumineux puisque la puissance de la combustion varie moins rapidement (voir figure 4-12). Mais elles ont la même valeur en régime permanent.

La figure 4-13 montre la comparaison de la température du charbon dans ces deux cas. L'influence du calibrage du charbon est relativement importante. Il existe environ 200°C d'écart. L'explication est que la chaleur cédée par convection est d'autant plus grande que le diamètre des grains est petit.

Par contre, on constate très peu de différence entre les températures des fumées (figure 4-14), parce que la valeur de cette dernière est déterminée davantage par l'efficacité des transferts de chaleur que par le comportement de la combustion.

La tableau 4-1 donne la masse du charbon sur la grille dans ces deux situations. Puisque la vitesse de la combustion est plus grande dans le cas où les grains de charbon sont moins volumineux, la masse du charbon sur la grille dans la zone 3 est moins importante lorsque le charbon de petits grains est utilisé.

Diamètre des grains	Masse du charbon sur la grille (kg)		
	zone 1	zone 2	zone 3
8 mm	43,3	59,2	32,7
4 mm	43,3	59,2	5,2

**Tableau 4-1 : Masse du charbon sur la grille**

Il faut noter que la température du charbon et la masse du charbon sur la grille sont des informations très importantes pour la conduite de la chaudière.

En effet, la répartition de l'air primaire dans les différents caissons joue un rôle déterminant pour le rendement de la combustion. Le débit d'air passé dans chaque caisson doit être d'autant plus grand que la masse du charbon sur la grille est plus grande. Une conduite optimale de la chaudière consiste à régler constamment le débit d'air primaire selon la masse de charbon présenté. Pour cela, il faut connaître la masse de charbon sur la grille.

La surchauffe du charbon (température du charbon plus élevée que 1500°C) peut entraîner une fusion pâteuse pendant la combustion, la couche de charbon devient alors presque étanche à l'air. Ce fait conduit à une augmentation du taux d'imbrûlés. Une fusion complète des cendres, qui peuvent couler et adhérer aux barreaux de la grille, donne lieu à des difficultés d'évacuation du mâchefer et accélère l'usure de la grille. En connaissant la température du charbon, on peut prendre donc des précautions pour éviter la surchauffe du charbon.

Puisque les valeurs de la température du charbon et la masse du charbon sur la grille peuvent être obtenues par le modèle, nous pouvons éventuellement utiliser ce modèle afin de rechercher une stratégie "optimale" de conduite des chaudières.

#### **4.5.2 - EVALUATION DU RENDEMENT DE LA CHAUDIERE**

Nous pouvons utiliser le modèle développé ci-dessus pour calculer le rendement de la chaudière en fonction de la charge. Le tableau 4-2 présente les résultats d'une simulation dans les conditions suivantes :

- régulation modulante
- excès d'air constant (80 %)
- débit d'eau constant.

Nous constatons que le rendement de la chaudière dans le cas d'un charge nominale (100 %) est inférieur à celui obtenu par la simulation effectuée précédemment, parce que dans ce dernier cas, l'excès d'air est plus élevé (80 %).

Le rendement de la chaudière décroît lorsque la charge appliquée à la chaudière diminue. Cette décroissance du rendement doit être plus forte puisque en pratique, on introduit un excès d'air plus élevé lorsque la charge de la chaudière diminue.

Charge ( kW )	Charge ( % )	Rendement sur PCI ( % )	Pertes par les parois ( kW )*	Température de départ ( °C )	Pertes par les fumées ( kW )	Température des fumées ( °C )	Température de gaz sortie de foyer ( °C )
1803	110	82,9	51,11	78,16	257,2	248,5	669,7
1639	100	83,24	52,07	78,34	222,6	236,9	644,0
1147	70	84	54,63	78,6	129	197,1	549
819	50	83,62	55,69	78,28	78,55	168,6	480
655	40	83,02	55,86	77,76	55,48	149,2	423
492	30	81,4	55,18	76,4	35,8	129,0	362
328	20	77,15	55,43	76	19,5	105,4	268
164	10	63,8	52,2	72,2	7,2	78,4	130

**Tableau 4-2 : Résultats de la modélisation - Rendement en fonction de la charge**

\* Pertes par les parois élevées car la chaudière n'est pas isolée.

#### **4.6 – Description du modèle de chaudière en fiche PROFORMA**

Le Proforma est un questionnaire qui s'efforce d'obtenir non seulement la description du modèle (nomenclature, équations, schéma bloc), mais aussi les règles d'usage et les hypothèses qui sont à la base de la modélisation.

En 1984, sous l'appellation de "Data Processor Proforma", le laboratoire de Physique du Bâtiment de LIEGE avait proposé, avec le groupe ABACUS de l'Université de Stathclyde, une fiche descriptive des modèles de thermique. Cette première version a été appliquée dans les travaux de l'Agence Internationale de l'Energie, en liaison avec le CSTB. Ce dernier au sein du GER ALMETH reprenait et développait le concept, en collaboration avec la FNB (Fédération Nationale du Bâtiment). Un projet, testé notamment à l'INSA de Lyon en 1985 et au CSTB, a abouti à la proposition du Proforma, cadre permettant à tous de partager leur moyens d'analyse.

Dans la fiche Proforma, les modèles sont représentés sous la forme de questionnaires. Il s'agit principalement :

*Description formelle, Domaine d'application, Règles d'usages, Essais et validation, etc...*

L'annexe 1 donne la fiche Proforma du modèle de chaudière à charbon que nous avons développé ci-avant.



## 5 - CONCLUSIONS

Le modèle que nous avons élaboré, malgré des hypothèses simplificatrices, décrit correctement les comportements dynamiques et statiques d'une chaudière à grille. Ce modèle est constitué essentiellement de deux parties :

- la combustion du charbon sur grille ;
- les transferts thermiques dans la chaudière.

Dans la première partie, nous avons proposé un modèle de combustion comprenant la combustion primaire et la combustion secondaire ainsi que l'échauffement du charbon. En ce qui concerne les transferts thermiques, nous calculons séparément ceux du foyer et de l'échangeur.

Le modèle a comme entrées le débit de charbon, le débit d'eau et le débit d'air. A partir de ce modèle, nous pouvons évaluer une dizaine de variables parmi lesquelles les énergies dégagées par la combustion primaire et secondaire, les températures des gaz dans le foyer et en sortie du foyer, la température de départ d'eau, la température des fumées et celle du charbon, etc...

Ce modèle permet enfin d'estimer l'influence des paramètres sur le comportement de la chaudière tels que les caractéristiques du charbon utilisé, le débit d'air, les coefficients des transferts de chaleur, etc...

Les informations données par le modèle (particulièrement la température du charbon et la masse du charbon sur la grille qui sont des paramètres difficiles à mesurer) peuvent également être utilisés pour la conduite de la chaudière.

Nous pouvons coupler facilement ce modèle de chaudière avec un modèle de réseau de chauffage et de bâtiment. Nous verrons, dans la troisième partie de ce document, un modèle de système de chauffage constitué du modèle de chaudière que nous venons de présenter, du modèle de réseau d'eau et du modèle de bâtiment construit pour simuler le comportement de l'ensemble constitué du système de chauffage et du bâtiment.

L'avantage principal de ce modèle est qu'il est beaucoup plus facile à utiliser pour la simulation des comportements dynamique et statique d'une chaudière que la plupart des modèles de chaudières à charbon existants, et qu'il fournit des possibilités d'interprétations des phénomènes physiques impliqués.

Les résultats des essais qui ont été effectués montrent une excellente concordance entre le modèle et l'expérimentation.

A partir de ce modèle, nous ne pouvons pas estimer le rendement de la combustion primaire et secondaire, c'est-à-dire le pourcentage de CO dans les gaz et dans les fumées. La détermination de ces rendements nécessiterait des calculs très importants, ce qui nuirait à la simplicité de notre modèle et de son utilisation.

Par ailleurs, ce modèle n'est pas tout à fait adapté à la commande de système de chauffage, puisque la dimension du modèle est relativement élevée. Cependant, nous pouvons, à partir de ce modèle, en élaborer un nouveau qui est adaptable à cette application spécifique. Ce travail fait l'objet du chapitre suivant.

## **PARTIE II**

### **MODELISATION DE CHAUDIERE** **A CHARBON (MODELE SIMPLIFIE)**

#### **6 – INTRODUCTION**

Deux raisons principales poussent à développer des modèles de chaudières, soit pour simuler leurs comportements, soit pour maîtriser leurs commandes ou la commande du système de chauffage pris dans son intégralité. La première perspective nécessite un modèle fin qui permet de fournir des informations complètes. Par contre, les applications des différentes stratégies de commande, particulièrement de la stratégie de commande optimale, exige un modèle simplifié de dimension aussi réduite que possible, permettant toutefois de décrire correctement le comportement dynamique et statique de la chaudière. Cette contrainte est liée à l'importance du calcul de la commande qui croît fortement avec la dimension du modèle utilisé.

Pour construire un modèle simplifié de chaudière à charbon, deux voies sont possibles.

On peut établir un modèle simplifié par identification, en exploitant par exemple des résultats de mesures. Dans ce cas, le système à modéliser est considéré comme une "boîte noire". Le modèle ne repose pas sur l'analyse des phénomènes physiques intervenants et se borne à rendre compte de la dépendance existant entre grandeurs d'entrée et de sortie. On obtient ainsi un modèle dit "représentatif".

Une autre approche repose sur l'analyse physique interne, mais utilise un certain nombre de simplifications et d'approximations. C'est un compromis entre la description physique des phénomènes concernés et les utilisations spécifiques du modèle.

Il existe très peu de travaux liés à l'élaboration d'un modèle simplifié de chaudière à charbon, en particulier de chaudière à grille. L'un d'entre eux correspond à un modèle de représentation externe, issu d'un processus d'identification [BART.86]. Mais ce type de modèle n'autorise aucune interprétation physique sur les résultats obtenus. De plus, les changements de paramètres (tel que la dimension de la chaudière, le type de charbon) exige un nouveau processus d'identification. D'autre part, le processus d'identification est difficile à réaliser, surtout dans le cas où les mesures sont fluctuantes (par exemple: la température des gaz), les paramètres obtenus par identification sont souvent peu fiables.

Par contre, il n'existe à notre connaissance aucun travaux portant sur le développement de modèle simplifié de chaudière à charbon utilisant la deuxième approche, c'est-à-dire basée sur l'analyse physique.

Nous proposons dans cette partie un modèle de chaudière à charbon issu de la description mathématique simplifiée des phénomènes de combustion et des transferts de chaleur. Ce modèle est basé sur le modèle fin précédemment développé. Les facteurs et les paramètres qui sont les moins importants pour la commande des systèmes de chauffage sont négligés. Par réduction de la dimension du modèle initial, un modèle simplifié de chaudière à charbon du second ordre est finalement obtenu. Ce modèle contient deux équations différentielles qui permettent de calculer la combustion du charbon et les transferts de chaleur dans la chaudière.

Les résultats numériques du modèle simplifié ont été comparés avec ceux obtenus dans les mêmes conditions par notre modèle fin. On constate qu'il existe une très bonne concordance entre ces deux modèles.

## **7 – MODELE SIMPLIFIE DE CHAUDIERE A CHARBON**

La chaudière à modéliser est de même type que celle étudiée dans la partie I, schématisée sur la figure (3-3). Elle comporte donc deux parties principales : le foyer et l'échangeur. La combustion du charbon se déroule à l'intérieur du foyer sur une grille. L'énergie dégagée par la combustion est transférée à l'eau dans le foyer et dans l'échangeur.

Ces différents éléments sont également intégrés dans le modèle simplifié de chaudière qui comprend donc :

- la modélisation de la combustion du charbon,
- la modélisation des transferts de chaleur dans la chaudière.

Une équation de bilan massique du charbon déposé sur la grille est utilisée pour le calcul de la quantité de charbon consommée et de l'énergie dissipée pendant la combustion.

Les transferts de chaleur sont appréciés à l'aide d'équations de bilan énergétique, et à partir desquelles, la température de départ d'eau, la température des fumées, ainsi que le rendement de la chaudière sont obtenus. Les paramètres du modèle sont déterminés à la fois par les résultats issus d'essais et par approximation.

Afin de préserver une certaine cohérence à ce travail, nous avons conservé le même formalisme dans les équations pour le modèle simplifié que pour le modèle fin.

### **7.1 – Modélisation de la combustion de charbon**

Comme nous l'avons souligné dans la partie précédente, la combustion du charbon sur la grille est un phénomène très complexe, elle peut être décomposée en trois étapes :

- l'échauffement du combustible et le dégagement des matières volatiles ;
- la combustion primaire ;
- la combustion secondaire.

Dans le modèle fin, trois groupes d'équation ont été employés, chacun représentant une de ces trois étapes.

En se basant sur des hypothèses simplificatrices, nous allons développer ci-après un modèle simplifié de combustion de charbon plus facilement utilisable pour l'étude de systèmes de commande.

### 7.1.1 - HYPOTHESES DE BASE

Comme dans le cas du modèle fin, nous supposerons premièrement que toutes les matières volatiles contenues dans le charbon sont brûlées dans la chambre de combustion. Nous supposerons de plus que la combustion primaire est parfaite et que la composition des fumées reste constante. Nous admettrons également que le charbon ne s'agglutine pas au cours de sa combustion et que le taux de vide de la couche de charbon est constant et est égale à 0,4.

Au lieu de décomposer la grille en plusieurs zones, nous avons fait l'hypothèse que l'état de la couche de charbon sur toute la grille était identique. Nous n'envisagerons donc qu'une seule zone dans la couche de charbon. Une vitesse moyenne d'air, un diamètre moyen des grains, une hauteur moyenne de couche de charbon seront utilisés pour représenter ces valeurs. Une seule équation de bilan massique du charbon sur la grille sera donc suffisante pour calculer la masse du charbon brûlé par la combustion primaire. Nous pourrions ainsi diminuer l'ordre du modèle.

### 7.1.2 - MODELISATION DE LA COMBUSTION PRIMAIRE

L'équation du bilan de masse de charbon sur la grille est la suivante :

$$\frac{dM_c}{dt} = -V_{mc} \cdot M_c + D_c - D_{mv} \quad (7-1)$$

A partir de cette équation, nous pouvons estimer la masse du charbon sur la grille  $M_c$ , et calculer la quantité de charbon brûlé par unité de temps  $M_{cb}$ . Cette dernière est égale à :

$$M_{cb} = V_{mc} \cdot M_c \quad (\text{kg/s}) \quad (7-2)$$

L'énergie dégagée par la combustion primaire  $Q_p$  par unité de temps est donnée à l'aide de l'équation suivante :

$$Q_p = \text{PCI} \cdot M_{cb} \quad (\text{J/s}) \quad (7-3)$$

Pour résoudre l'équation (7-1), il faut connaître la vitesse massique de combustion du charbon  $V_{mc}$  et le débit des matières volatiles  $D_{mv}$ .

A partir des résultats obtenus dans le modèle fin, la vitesse massique de la combustion peut s'exprimer par l'équation suivante :

$$V_{mc} = f \cdot S_c \cdot Y_o \cdot \frac{h_d \cdot h_c}{h_d + h_c} \quad (7-4)$$

L'équation (7-4) montre que la vitesse de combustion est déterminée simultanément par le processus chimique ( $h_c$ ) dont la vitesse croît avec la température du charbon, et par la diffusion des gaz ( $h_d$ ) dont la vitesse dépend du débit.

Lorsque la température du charbon est suffisamment élevée (plus de 1000°C), le processus chimique est beaucoup plus rapide que celui de la diffusion des gaz. A cette température, la vitesse massique de la combustion est contrôlée uniquement par la diffusion des gaz. Elle est donc indépendante de la température du charbon, et croît avec la vitesse des gaz.

Sur la base des résultats obtenus par le modèle fin, nous constatons que la vitesse de croissance de la température du charbon est très grande et donc que l'inertie de la température du charbon est très faible par rapport à celle de la température de départ d'eau (voir figures 4-5 et 4-9). Nous pouvons donc admettre que l'échauffement du combustible est instantané. Autrement dit, nous considérons que la température du charbon reste constamment très élevée pendant tout le processus de combustion. Du point de vue de la description du comportement dynamique de la chaudière, cette simplification ne conduit pas à des écarts importants. Par contre, elle nous permet de simplifier considérablement le modèle de la combustion primaire.

Il résulte de cette considération que la valeur du coefficient  $h_c$  est largement plus grande que celle de  $h_d$  et que la vitesse de combustion est donc déterminée uniquement par la diffusion des gaz. Cela conduit à :

$$V_{mc} = f \cdot S_c \cdot Y_o \cdot h_d \quad (7-5)$$

Dans cette équation,  $f$  est une constante dont la valeur est 0,375 puisque la combustion primaire est considérée parfaite. Il convient donc de déterminer  $S_c$ ,  $Y_o$ , et  $h_d$  afin de calculer la vitesse massique de la combustion  $V_{mc}$ .

a) Calcul de la surface de réaction  $S_c$

La surface de réaction  $S_c$  est calculée comme dans le modèle fin. Elle s'exprime alors par l'équation suivante :

$$S_c = \frac{3 \cdot (1 - \delta)}{2 \cdot \theta_c \cdot d_c} \quad (\text{m}^2/\text{kg}) \quad (7-6)$$

Puisque l'échauffement du charbon est considéré comme étant instantané, le processus de gonflement des grains de charbon peut donc être considéré comme s'effectuant aussi de façon instantanée. Nous calculerons approximativement le diamètre moyen des grains  $d_c$  à partir de la formule suivante :

$$d_c = (1 + k_{cd} / 2) \cdot d_{co} \quad (7-7)$$

où  $k_{cd}$  est une constante déterminée par les caractéristiques du charbon.

La densité de chargement de la couche du charbon  $\theta_c$  devient :

$$\theta_c = \theta_{co} \frac{d_{co}^3}{d_c^3} = \frac{\theta_{co}}{(1 + k_{cd} / 2)^3} \quad (7-8)$$

En portant les équations (7-7) et (7-8) dans l'équation (7-6), et en attribuant à  $\delta$  sa valeur, on fait apparaître l'expression de  $S_c$  :

$$S_c = \frac{0,9 \cdot (1 + k_{cd} / 2)^2}{\theta_{co} \cdot d_{co}} \quad (7-9)$$

b) Calcul du coefficient de diffusion  $h_d$

La formule empirique indiquant le coefficient de diffusion correspond à l'équation (3-12) rappelée ci-après :

$$h_d = 0,038 \cdot \left( \frac{D_a}{\tau_a \cdot \delta \cdot S_g} \right)^{0,75} \cdot \left( \frac{\mu_a}{D_h} \right)^{0,25} \quad (7-10)$$

dans laquelle :

$$D_h = \frac{8 \cdot \delta \cdot d_c}{3 \cdot \pi \cdot (1 - \delta)} \quad (7-11)$$

Nous considérons que les paramètres  $\tau_a$  et  $\mu_a$  sont constants. Ils ont respectivement les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} \tau_a &= 0,705 && \text{kg/m}^3 \\ \mu_a &= 2,67 \times 10^{-5} && \text{kg/m.s} \end{aligned}$$

En portant l'équation (7-11) et en attribuant à  $\tau_a$ ,  $\mu_a$  et  $\delta$  leurs valeurs dans l'équation (7-10), nous obtenons :

$$h_d = 4,17 \times 10^{-3} \cdot \left( \frac{D_a}{S_g} \right)^{0,75} \cdot \left( \frac{1}{d_c} \right)^{0,25} \quad (7-12)$$

c) Calcul de la concentration d'oxygène au centre du courant gazeux  $Y_o$

La concentration d'oxygène au centre du courant gazeux varie avec la hauteur de la couche de charbon. Dans un souci de simplification, la concentration moyenne d'oxygène  $Y_{om}$  est employée. On la calcule par la formule suivante :

$$Y_{om} = \frac{Y_{og} (1 + e_a)}{2} \quad (7-13)$$

Nous supposons que  $Y_{og}$  est une constante dont la valeur est de 0,208.  $Y_{om}$  est donc égal à :

$$Y_{om} = 0,104 \cdot (1 + e_a) \quad (7-14)$$

A partir des équations (7-5), (7-7), (7-9), (7-12) et (7-14), nous pouvons donc déterminer la vitesse massique de la combustion.

Nous pouvons également écrire ces formules sous une forme plus condensée.

En portant les équations correspondantes aux termes  $Y_o$ ,  $S_c$ ,  $h_d$  (les équations (7-6), (7-8), (7-14)) et la valeur de  $f$  dans l'équation (7-5), on obtient la vitesse massique de la combustion par l'expression suivante :

$$V_{mc} = 1,147 \times 10^{-4} \cdot \Phi_c \cdot (1 + e_a) \cdot \left( \frac{D_a}{S_g} \right)^{0,75} \quad (7-15)$$

où  $\Phi_c$  est le coefficient caractéristique du charbon. Il est égal à :

$$\Phi_c = \frac{(1 + k_{cd})^{1,75}}{\theta_{co} \cdot d_{co}^{1,25}} \quad (7-16)$$

On constate que, pour un type de charbon donné,  $\Phi_c$  est constant. Puisque la surface de grille  $S_g$  est également une constante, la vitesse massique de combustion du charbon n'est que fonction du débit d'air  $D_a$ .

Nous avons pu finalement développer un modèle de la combustion primaire constitué des équations (7-1), (7-15) et (7-16). A partir ce modèle, il est possible de calculer la quantité de charbon sur la grille, la quantité de charbon brûlé, et l'énergie dégagée par la combustion primaire.

### 7.1.3 - MODELISATION DE LA COMBUSTION SECONDAIRE

En ce qui concerne la combustion secondaire, son comportement dynamique est déterminé simultanément par la vitesse de dégagement des matières volatiles et par la vitesse des réactions chimiques des gaz impliqués.

La vitesse du dégagement des matières volatiles est fonction de la température du charbon. Puisque l'on suppose que la température du charbon est constamment élevée, le dégagement des matières volatiles peut donc être considéré comme un processus instantané. Le débit des matières volatiles dégagées est donc égal à :

$$D_{mv} = \theta_v \cdot D_c \quad (7-17)$$

De plus, les réactions intervenant dans la combustion secondaire étant des réactions de gaz à température élevée, elles sont également très rapides. En conséquence, nous pouvons considérer que la combustion secondaire est un processus instantané sans inertie. L'énergie dégagée par la combustion secondaire par unité de temps  $Q_s$  peut donc être déterminée par une simple formule :

$$Q_s = PCI \cdot \theta_v \cdot D_c \quad (7-18)$$

L'énergie dissipée par la combustion du charbon  $Q_{CH}$  est la somme de l'énergie dégagée par la combustion primaire et la combustion secondaire, elle peut être calculée par :

$$Q_{CH} = Q_p + Q_s \quad (7-19)$$



## 7.2 – Modélisation des transferts thermiques

Dans le modèle fin de chaudière développé ci-avant, nous avons établi trois équations de bilan énergétique pour calculer séparément les transferts thermiques dans le foyer et dans l'échangeur. Ce modèle nous permet donc de déterminer les températures de l'eau et des gaz dans différents endroits de la chaudière ainsi que la température des parois dans le foyer.

Compte tenu des objectifs du modèle simplifié, les paramètres tels que la température des gaz dans le foyer, la température des parois sont peu importants. Ce sont principalement les évaluations de la température de départ d'eau et de la température des fumées qui nous intéressent. En vue de réduire l'ordre du modèle, on utilise donc une seule équation de bilan énergétique de l'eau dans la chaudière pour déduire la température de départ d'eau.

L'équation de bilan énergétique de l'eau s'écrit :

$$C_h \frac{dT_{de}}{dt} = c_{me} \cdot D_e \cdot (T_{de} - T_r) + Q_{CH} - P_{pa} - P_{pf} \quad (7-20)$$

avec  $C_h$  : Capacité thermique de la chaudière (J/K)  
 $T_{de}$  : Température de départ d'eau (C°)  
 $P_{pa}$  : Pertes par les parois de la chaudière (J/s)  
 $P_{pf}$  : Pertes par les fumées (J/s)  
 $D_e$  : Débit d'eau entrant dans la chaudière (kg/s)

Les pertes par les parois de la chaudière  $P_{pa}$  peuvent être calculées par :

$$P_{pa} = S_{ch} \cdot \alpha_{ca} \cdot \left( \frac{T_{de} + T_r}{2} - T_a \right) \quad (7-21)$$

où  $\alpha_{ca}$  : Coefficient de convection eau/air (W/m<sup>2</sup>.K)  
 $S_{ch}$  : Surface des parois de la chaudière (m<sup>2</sup>)

Nous obtenons  $P_{pf}$  à partir de la formule suivante :

$$P_{pf} = c_{mf} \cdot D_{fm} \cdot (T_{fm} - T_a) \quad (7-22)$$

Le débit des fumées  $D_{fm}$  est déterminé par l'équation (3-38).

Mais le calcul de l'équation (7-22) ne peut s'effectuer que si la température des fumées  $T_{fm}$  est connue. Nous estimerons la température des fumées de la manière suivante :

Si la température de gaz en sortie du foyer  $T_{fc}$  était connue, l'équation de bilan énergétique des gaz dans l'échangeur s'écrirait :

$$c_{mf} \cdot D_{fm} \cdot T_{fc} = c_{mf} \cdot D_{fm} \cdot T_{fm} + SEC \cdot \alpha_{eg} \cdot (T_{fc} - T_{de})$$

avec  $SEC$  : Surface des parois de l'échangeur (m<sup>2</sup>)  
 $\alpha_{eg}$  : Coefficient éch. gaz/eau dans l'échangeur (W/m<sup>2</sup>.K)

Nous admettons que le coefficient d'échange gaz/eau dans l'échangeur  $\alpha_{eg}$  est constant.

La température des fumées  $T_{fm}$  est donc égale à :

$$T_{fm} = T_{fc} - \frac{1}{c_{mf} \cdot D_{fm}} \cdot SEC \cdot \alpha_{eg} (T_{fc} - T_{de}) \quad (7-23)$$

La température des gaz en sortie du foyer  $T_{fc}$  peut être calculée à partir l'équation (3-39) rappelée ci-après :

$$T_{fc} = \frac{T_{tc}}{1 + k_f \left( \frac{S_r}{M_{cb}} \cdot T_{tc}^3 \right)^{0,6}} \quad (7-24)$$

dans laquelle :

$$T_{tc} = \frac{QCH}{c_{fm} \cdot D_{mf}} = \frac{PCI \cdot M_{cb}}{c_{mf} \cdot D_{fm}} \quad (7-25)$$

Nous admettrons que la couche de charbon a une forme rectangulaire de hauteur constante  $H_c$ . La surface radiative de la couche peut donc être calculée par l'expression suivante :

$$S_r = 2 \cdot (1 - \delta) \cdot S_{gs}$$

où :

$$S_{gs} = \frac{M_c}{\theta_c \cdot H_c} \quad \delta = 0,4$$

soit :

$$S_r = \frac{1,2 \cdot M_c}{\theta_c \cdot H_c}$$

La température des gaz en sortie du foyer peut donc être déterminée à partir de l'équation :

$$T_{fc} = \frac{T_{tc}}{1 + 1,12 \cdot k_f \left[ \frac{M_c}{\theta_c \cdot H_c \cdot M_{cb}} \cdot T_{tc}^3 \right]^{0,6}} \quad (7-26)$$

Sur la base des équations (7-20) à (7-26), nous pouvons donc calculer la température de départ d'eau et des fumées, ainsi que les températures des gaz et d'eau en sortie du foyer.

Lorsque ces température sont déterminées, les pertes par les parois  $P_{pa}$  et les pertes par les fumées  $P_{fm}$  peuvent être calculées, et enfin, le rendement de la chaudière peut être obtenu à l'aide de l'équation suivante :

$$R = \frac{QCH - P_{pa} - P_{fm}}{QCH} \cdot 100 \quad (\%) \quad (7-27)$$

### 7.3 – SIMULATIONS ET COMPARAISONS

Afin de valider le modèle simplifié de chaudière à charbon, nous avons effectué dans les mêmes conditions, des simulations en utilisant respectivement le modèle simplifié de chaudière et le modèle fin développé. Les simulations ont été réalisées à l'aide du progiciel ASTEC 3.

#### 7.3.1 - REPRÉSENTATION DU MODELE SIMPLIFIE SUR ASTEC 3

Le modèle simplifié est décrit sur ASTEC 3 de la même façon que l'a été le modèle fin. Deux circuits R-C ont été utilisés pour modéliser respectivement la combustion du charbon et les transferts de chaleur.

##### 7.3.1.1 - Modèle de la combustion

Le schéma électrique associé à la représentation du modèle de combustion du charbon est le suivant :

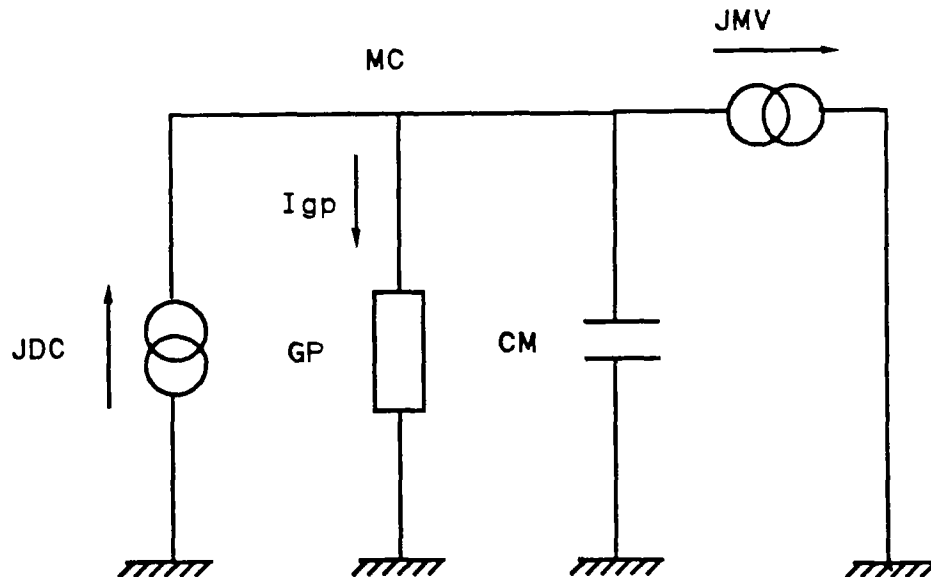


Figure 7-1 : Modèle de la combustion (modèle simplifié)

Les significations attribuées aux différents symboles figurant sur le modèle sont:

JDC	: Débit de charbon	$JDC = D_c$
JMV	: Débit des matières volatiles dégagées	$JMV = D_{mv}$
GP	: Vitesse massique de la combustion	$GP = V_{mc}$
CM	: Capacité unitaire	

La tension UMC sur le noeud MC représente la masse du charbon sur la grille, nous avons donc :

$$M_c = UMC$$

Le courant  $I_{gp}$  qui traverse la conductance GP représente la masse du charbon brûlé:

$$M_{cb} = I_{gp} = GP \cdot UMC = V_{mc} \cdot M_c$$

La puissance de la combustion du charbon QCH est égale à :

$$QCH = PCI \cdot (I_{gp} + JMV)$$

### 7.3.1.2 - Modèle des transferts thermiques

La topologie du modèle des transferts de chaleur est schématisée dans la figure (7-2).

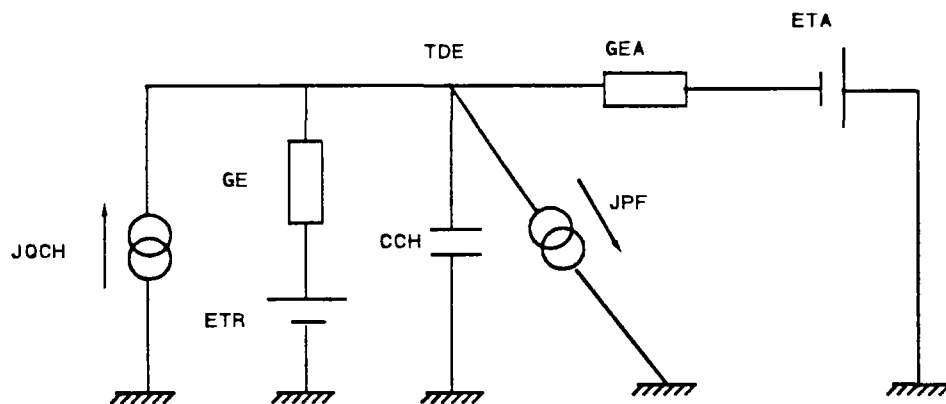


Figure 7-2 : Modèle des transferts de chaleur (modèle simplifié)

La signification de chaque élément est :

JQCH	: Energie dégagée par la combustion	$JQCH = QCH$
JPF	: Pertes par les fumées	$JPF = P_{pf}$
GE	: Débit calorifique de l'eau	$GE = c_{me} \cdot D_e$
CCH	: Capacité calorifique de la chaudière	$CCH = C_h$

GEA est la conductance convective eau/air ; elle est exprimée par l'équation suivante :

$$GAE = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{ca} \cdot Sch \cdot \left( 1 + \frac{T_r - T_a}{T_{de} - T_a} \right)$$

Les sources de tension ETR et ETA représentent respectivement la température de retour d'eau et la température d'air ambiante.

Le tension au noeud capacitif TDE figure donc la température de départ d'eau :

$$T_{de} = UTDE$$

### 7.3.2 - EVALUATION DES PARAMETRES DU MODELE

Le modèle simplifié contient trois sortes de paramètres :

- les paramètres du charbon
- les paramètres de la chaudière
- les paramètres des transferts de chaleur.

Les paramètres du modèle simplifié de chaudière sont obtenus à partir de la même chaudière utilisée lors de la validation du modèle fin. Le charbon lui aussi est le même type de charbon.

Les paramètres du charbon utilisés dans le modèle simplifié ont des mêmes valeurs que ceux du modèle fin (voir 4.3.1).

Les paramètres de la chaudière sont les suivants :

- la surface de la grille,
- la surface d'échange paroi/eau dans l'échangeur,
- la surface d'échange eau/air du foyer et de l'échangeur.

Ces paramètres ont également les mêmes valeurs que ceux utilisés dans le modèle fin.

Les paramètres des transferts de chaleur sont les coefficients de convection eau/air et de convection gaz/eau dans l'échangeur. Ils sont évalués de la même façon que dans le modèle fin.

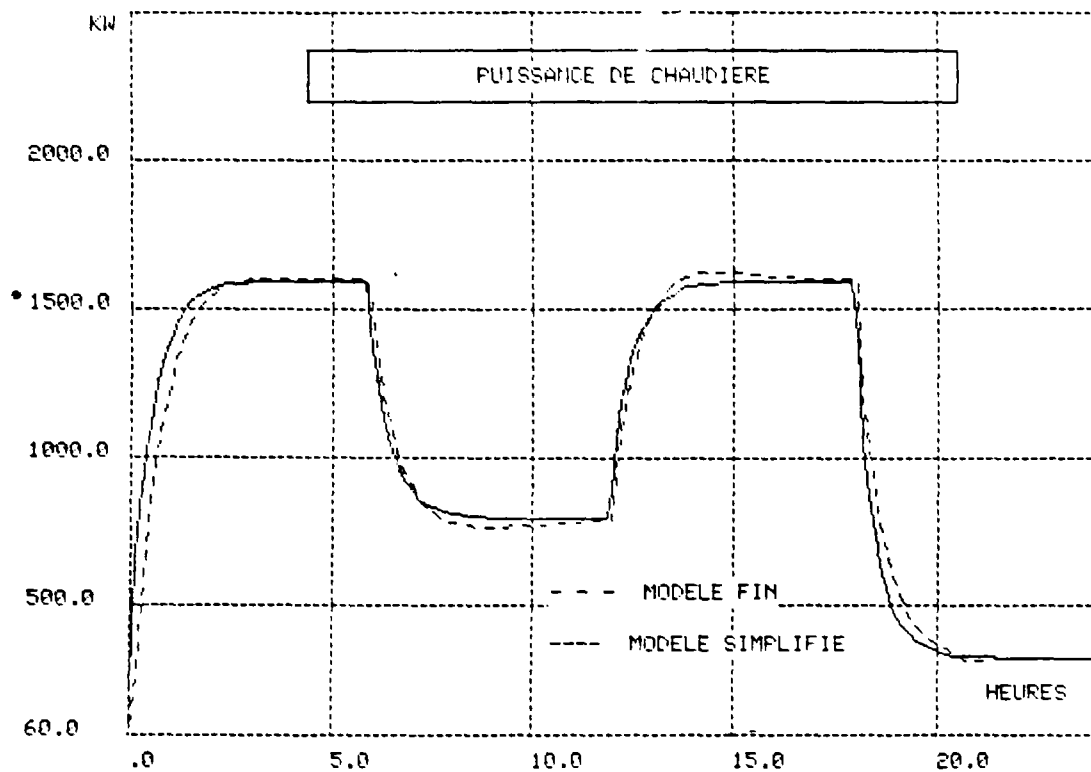
### 7.3.3 - SIMULATIONS

Le modèle simplifié est comparé, par simulation, avec le modèle fin. Toutes les simulations ont été effectuées sur ASTEC 3.

Le scénario retenu pour la comparaison des modèles correspond à une suite d'échelons de puissance appliquée à la chaudière.

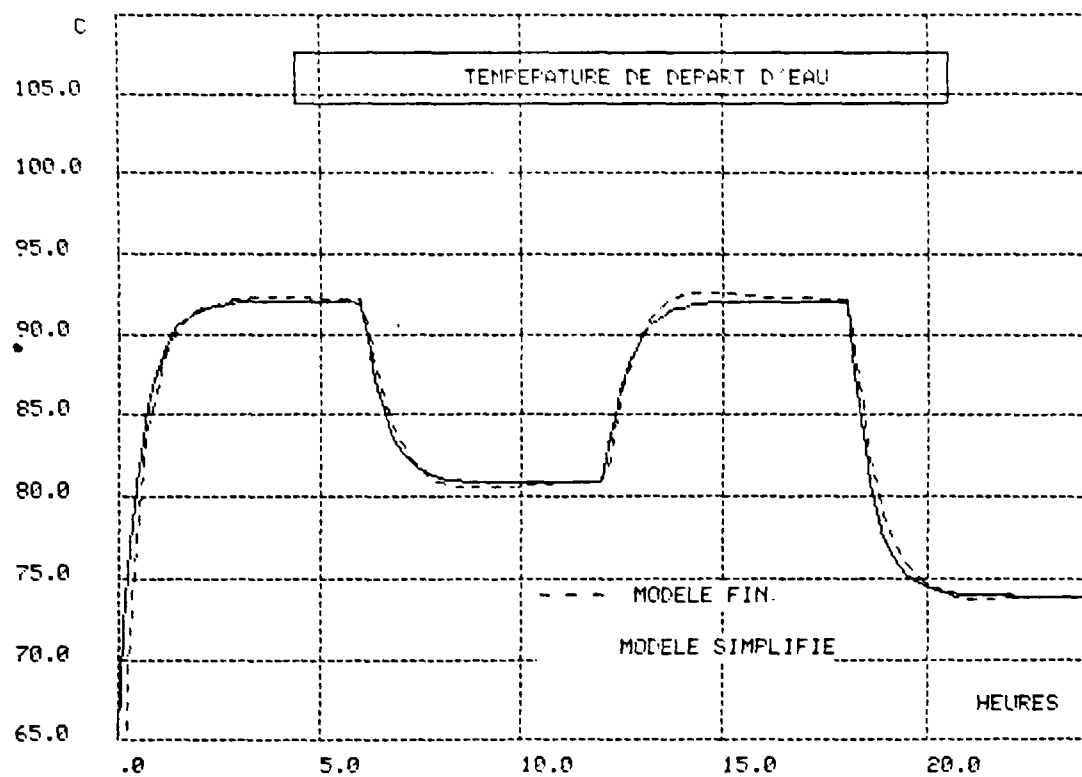
La première phase correspond à la mise en régime de la chaudière. La puissance de la chaudière augmente de 0 kW à 1600 kW (puissance nominale). Lorsque le régime permanent est atteint, on réduit de moitié le débit de charbon, la chaudière a donc une puissance de l'ordre de 800 kW. Lorsque la chaudière a atteint à nouveau le régime permanent, on re-augmente la puissance jusqu'à ce qu'elle remonte à sa puissance nominale. Par la suite, on diminue une fois de plus la puissance de la chaudière jusqu'à 20 % de la puissance nominale.

Les figures (7-3) à (7-6) visualisent les résultats des comparaisons entre le modèle simplifié et de modèle fin.

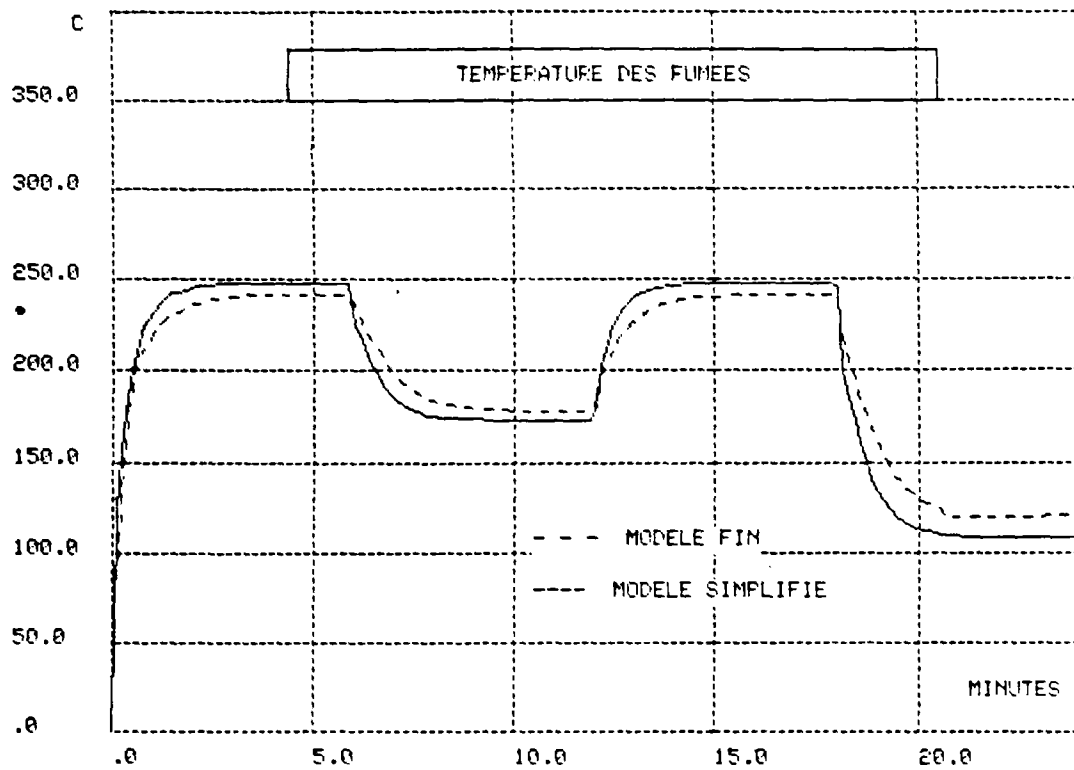


**Figure 7-3 : Puissance de la chaudière**

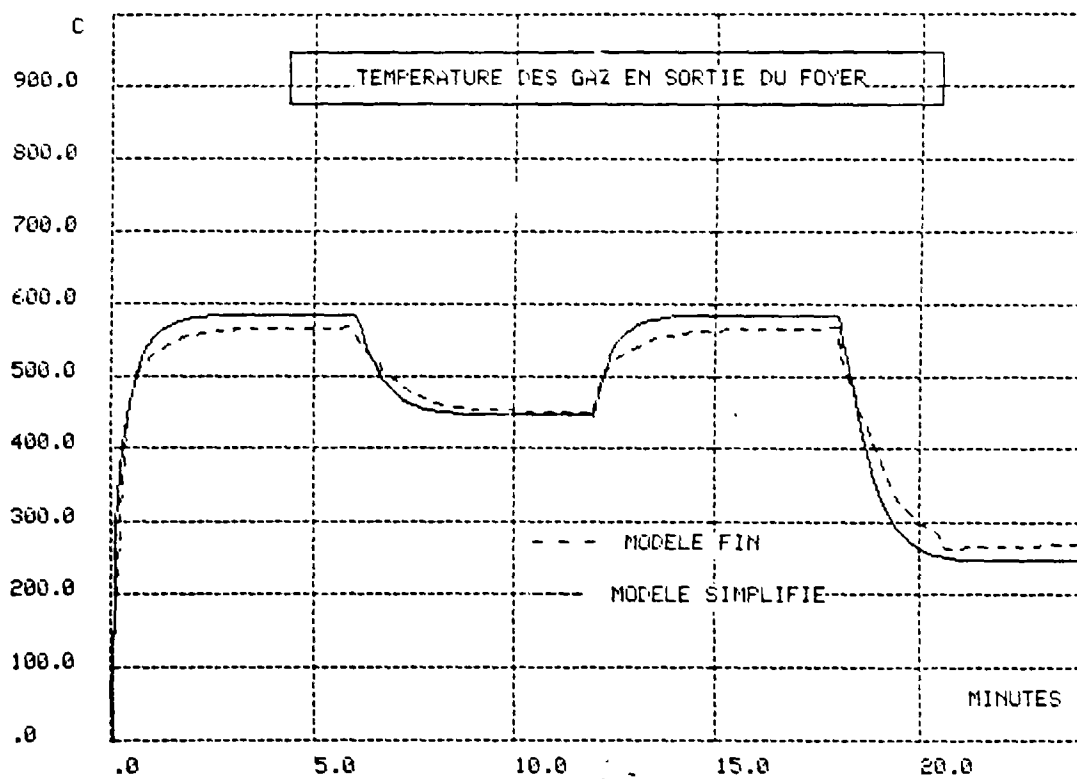
La figure (7-3) montre l'évolution de la puissance de la chaudière. Il apparaît que la réponse du modèle simplifié lorsque celui-ci est soumis à une excitation en puissance est légèrement plus rapide que celle obtenue par le modèle fin. Ceci est dû au fait que, dans le modèle simplifié, l'influence de la température du charbon sur la vitesse massique de combustion est négligée.



**Figure 7-4 : Température de départ d'eau**



**Figure 7-5 : Température des fumées**



**Figure 7-6 : Température des gaz en sortie du foyer**

Les figures (7-4), (7-5), et (7-6) montrent respectivement les évolutions de la température de départ d'eau, de la température des fumées, et de la température de gaz en entrée de l'échangeur. Pour la température de départ d'eau, une très bonne concordance ressort de ces simulations.

Par contre, la température des gaz en sortie du foyer et la température des fumées calculées par le modèle simplifié sont légèrement différentes de celles obtenues par le modèle fin. Cela est d'une part dû au fait que l'on sous-estime la surface radiative de la couche du charbon dans le modèle simplifié, et d'autre part au fait que l'on a simplifié le calcul des transferts de chaleur dans l'échangeur. En effet, le coefficient d'échange gaz/eau dans l'échangeur est considéré comme une constante dans le modèle simplifié.

En plus et toujours afin de simplifier les calculs, au lieu d'utiliser une valeur moyenne logarithmique comme dans le cas de modèle fin, nous avons pris une valeur moyenne algébrique pour représenter l'écart de température entre l'eau et les gaz dans l'échangeur. Malgré toutes ces simplifications, le modèle simplifié a une précision satisfaisante.

Le tableau (7-1) montre les valeurs des température des gaz et d'eau obtenues par le modèle fin et le modèle simplifié pour les différentes charges de chaudière.

	Charges ( kW )	Rendement ( % )	Température de départ d'eau ( °C )	Température des fumées ( °C )	Température des gaz en sortie du foyer ( °C )
Modèle fin	1 600	84,68	92,21	243,2	577,2
	780	84,37	80,7	178,3	447,4
	320	72,8	73,8	120,9	264,8
Modèle simplifié	1 600	84,59	92,1	248,3	587,0
	780	84,43	79,8	173,5	441,8
	320	72,71	73,9	108,4	244,6

**Tableau 7-1 : Températures en fonction de la charge**

Nous avons calculé également le rendement de la chaudière par rapport aux différentes puissances simulées. Pour le modèle fin, les rendements obtenus sont respectivement de 84,7 %, 84,4 %, et 72,8 % correspondant à 100 %, 50 % et 20 % de la puissance nominale. En ce qui concerne le modèle simplifié, les rendements sont respectivement de 84,5 %, 84,4 %, et 72,7 %. Il ressort que dans toutes les situations, il existe toujours une très bonne précision pour le modèle simplifié.



## 8 - CONCLUSIONS

Nous avons développé, dans cette partie, un modèle simplifié de chaudière à charbon. Comme pour le modèle fin, ce modèle simplifié est basé également sur la description physique des phénomènes de combustion du charbon et des transferts de chaleur. La différence entre ces deux modèles est que dans ce dernier, les facteurs et les paramètres qui sont les moins importants pour la commande du système de chauffage (tels que la température du charbon, la température des gaz dans le foyer et celle des parois) sont négligées.

D'autre part, nous avons réduit la dimension du modèle simplifié en remplaçant les équations qui calculent le même type de variable par une seule équation. Nous obtenons ainsi un modèle du second ordre.

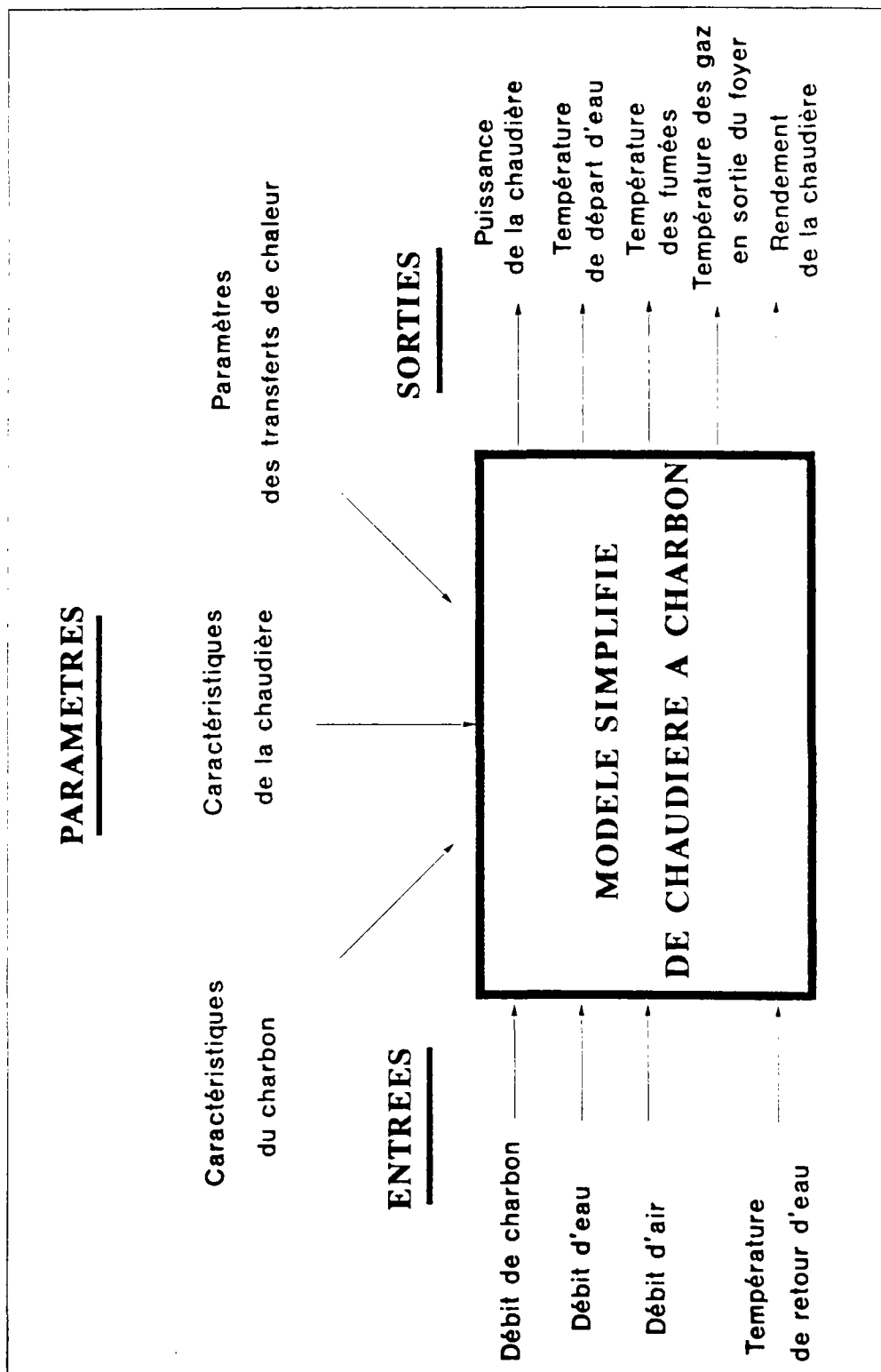
Le modèle simplifié de chaudière comporte donc deux parties :

- la combustion du charbon sur la grille ;
- les transferts de chaleur dans la chaudière.

Les entrées de ce modèle sont les débits de charbon, d'air et d'eau. Il permet de calculer les évolutions des température de départ d'eau et des fumées, ainsi que l'énergie dégagée par la combustion. Enfin il permet de déduire le rendement de la chaudière.

La figure (7-7) représente le schéma bloc du modèle.

Malgré les hypothèses simplificatrices, les résultats des simulations montrent que ce modèle simplifié décrit correctement le comportement réel d'une chaudière.



**Figure 7 - 7 : Schéma bloc du modèle simplifié**



## **PARTIE III**

# **COMMANDE DE SYSTEMES DE CHAUFFAGE DE BATIMENT** **BASEE SUR LE PRINCIPE D'OPTIMISATION QUADRATIQUE**

## **9 - INTRODUCTION**

L'objectif d'un système de régulation de bâtiment est de minimiser la consommation d'énergie tout en maintenant un confort souhaité dans les locaux concernés. Dans les cas où les bâtiments chauffés ne sont pas occupés en permanence, où le coût de l'énergie n'est pas constant au cours de la journée, et où l'on peut faire appel à plusieurs sources d'énergie, il est très difficile d'établir une loi de commande qui permette d'optimiser le fonctionnement de l'installation de chauffage. La mise au point d'une stratégie de commande élaborée basée sur le principe de la commande optimale peut donc être envisagée.

Beaucoup d'études ont été réalisées sur la commande optimale de systèmes de chauffage. Ces travaux ont fait ressortir l'intérêt de la commande optimale, en particulier dans les cas où intervient l'intermittence.

Les travaux du groupement IRCOSE [IRCO.85] regroupant l'Agence Française pour la Maîtrise de l'Energie, l'Ecole des Mines, le Gaz de France et le CSTB ont abordé spécialement les applications de la commande optimale sur les systèmes de chauffage. De nombreux autres travaux tels que [VINO.89], [ACRE.90], [BOUR.87] et [ROSS.86] relèvent aussi ces préoccupations.

Ces travaux ont porté principalement sur l'utilisation des méthodes de commande optimale basées sur le " principe du minimum de Pontriaguine". Ils ont permis la mise au point de méthodes de conduite efficaces d'installations de chauffage. Le principal avantage de cette méthode réside dans sa souplesse d'utilisation. Elle permet les prises en compte de critères complexes et des contraintes sur les amplitudes d'action ; elle peut aussi être utilisée pour la commande de systèmes non linéaires.

Cependant, la recherche de l'optimisation dans cette méthode s'effectue par une méthode itérative, en particulier lorsqu'il existe des contraintes sur la commande. A chaque itération, il faut calculer les variables d'états, le critère à minimiser et le gradient de ce critère. Cela exige des calculateurs disposant d'une puissance non négligeable, et conduit à des temps de calcul considérables. De plus, la convergence de cet algorithme risque d'être très lente lorsque l'optimisation est fait sur un intervalle de temps important. Or la gestion de l'intermittence du chauffage nécessite justement que l'optimisation soit réalisée sur un grand intervalle de temps. D'autre part, cette méthode nécessite l'emploi simultané d'un modèle en état continu et d'un modèle en état discret. Ces inconvénients sont des obstacles effectifs à la mise en oeuvre de cette méthode de commande optimale. C'est pour ces raisons que cette méthode peut être considérée comme un outil d'étude pouvant aider à la conception de stratégie simple (dite quasi optimale) de commande au moins autant que comme un outil de commande des installations.

Une autre méthode utilisée pour la commande de système de chauffage intermittent est la programmation linéaire [BENJ.87]. La solution consiste à discrétiser le système continu linéaire modélisant le problème de l'intermittence, puis à minimiser à chaque pas de temps le critère concerné. L'avantage de cette méthode est qu'elle peut prendre en compte des contraintes sur les variables d'état, et qu'elle a une convergence plus rapide et plus sûre. Mais on constate que le nombre de variables devient considérable puisqu'à chaque pas de temps, chacune des variables continues est remplacée par une variable discrète. De plus, le calcul est d'autant plus important que l'intervalle de temps est plus grand. La réalisation de cette méthode nécessite donc également un ordinateur de grande capacité de mémoire. Cela limite effectivement les applications de cette méthode.

Compte tenu des limites d'application des méthodes décrites, il nous est apparu plus pertinent de rechercher une autre méthode de commande possédant les mêmes fonctionnalités, et ayant si possible la même efficacité tout en étant moins complexe.

En examinant les méthodes de commande optimale développées en automatique, nous nous sommes aperçus qu'il existait des méthodes exigeant moins de calcul à chaque pas de temps et beaucoup plus faciles à réaliser. Une de ces méthodes est basée sur le principe d'optimisation quadratique [ATHA.66], [FOUL.87].

L'optimisation d'un critère quadratique pour un système linéaire est l'un des rares problèmes que l'on puisse résoudre analytiquement. A partir de cette méthode, on obtient en effet une structure de commande en boucle fermée, où les mesures des sorties ou les estimations des états sont utilisées en permanence. Avec les hypothèses de stationnarité du système et d'horizon de commande infini, la commande optimale devient simplement un calcul algébrique qui est très facile à mettre en oeuvre. D'autre part, cette méthode se prête à des extensions pratiques selon les besoins différents. Diverses améliorations telles que la compensation des perturbations mesurables, l'annulation des erreurs stationnaires etc... sont possibles sans compliquer la mise en oeuvre de cette méthode.

La commande basée sur le principe d'optimisation quadratique a déjà été utilisée dans de nombreux procédés industriels. On peut citer en particulier l'application à une unité pilote de fabrication de papier pour les commandes du grammage sec et de l'humidité de la feuille de papier fabriquée [SAND.73], l'application à la conduite d'une chaudière pour la commande de la pression de vapeur [EKL.69].

Dans cette troisième partie, nous étudierons l'application de cette méthode aux systèmes de chauffage à chaudière à charbon dans les bâtiments occupés de façon intermittente.

Dans le chapitre 10, nous rappellerons d'abord le principe de la commande et donnerons la solution discrète de la commande optimale. Nous étudierons ensuite des améliorations de la structure de commande, notamment pour la prise en compte de contraintes sur les action.

Le chapitre 12 sera consacré à l'étude de la sensibilité de la commande optimale sur les écarts du modèle. Une méthode d'auto-réglage qui permet de corriger automatiquement les erreurs de commande dues aux imprécisions du modèle ou à d'autres causes sera proposée dans ce chapitre.

Les applications de la commande optimale au système de chauffage intermittent seront étudiées en deux étapes.

Le chapitre 11 nous permettra de comprendre, en réduisant l'installation de chauffage à un système sans inertie, comment la stratégie de la commande proposée est applicable au système de chauffage intermittent. Des simulations seront effectuées afin de faire ressortir les comportements de la commande et les influences des différents facteurs sur ces comportements. Des comparaisons avec d'autres systèmes de commande seront également effectuées.

Dans le chapitre 13, l'installation de chauffage possède une grande inertie. En intégrant les modèles de chaudière à charbon et du réseau d'eau en tant que système de chauffage, nous pourrions apprécier l'importance de la prise en compte de l'inertie de l'installation de chauffage sur la régulation du système de chauffage intermittent.

## 10 - COMMANDE OPTIMALE BASEE SUR LE PRINCIPE D'OPTIMISATION QUADRATIQUE

### 10.1 - Rappels théoriques

D'un point de vue pratique, le travail est effectué en se basant directement sur le modèle discret. Cela nous permet de déterminer la loi de commande sous une forme discrète qui peut être utilisée directement dans un calculateur industriel. C'est pour cette raison que nous avons pris comme point de départ de notre étude les résultats représentés dans le livre de M. FOULARD [FOUL.87] et dans la thèse de M. SANDRAZ [SAND.75]. Nous les rappelons brièvement ci-après.

#### 10.1.1 - FORMULATION GENERALE DE LA COMMANDE OPTIMALE

Le système linéaire est supposé être une représentation d'état discret, commandable et observable. Il a la forme suivante :

$$\left| \begin{array}{l} X(i+1) = A \cdot X(i) + B \cdot U(i) + \theta \\ Y(i) = C \cdot X(i) \end{array} \right. \quad (10-1)$$

dans laquelle,  $U(i)$  est le vecteur d'entrée de dimension  $r$  dont les composantes peuvent être la puissance du chauffage, le débit du combustible etc...  $X(i)$  est le vecteur d'état de dimension  $n$  dont les éléments sont soit des températures soit la masse du combustible.  $Y(i)$  est le vecteur de sortie de dimension  $m$  dont les éléments sont les variables à contrôler telles que les températures de bâtiment.

$\theta$  est un vecteur constant, de dimension  $n$ , qu'il convient de prendre en compte pour permettre de traiter facilement certaines extensions que nous développerons ultérieurement.

Les matrices  $A$ ,  $B$ , et  $C$  sont constantes et ont respectivement pour dimension  $(n,n)$  ;  $(n,r)$  et  $(m,n)$ .

Si  $e(i)$  est l'écart entre le vecteur de consigne  $Z$  et le vecteur de sortie  $Y(i)$ , la commande optimale recherchée, qui est donc une suite de vecteurs  $U(i)$ , doit minimiser un critère quadratique  $J$  tel que :

$$J = \sum_{i=1}^{N-1} [ e(i)^T \cdot Q \cdot e(i) + U(i)^T \cdot R \cdot U(i) ] \quad (10-2)$$

Les matrices de pénalisation  $Q$  et  $R$  sont respectivement de dimension  $(m,m)$  et  $(r,r)$ , elles sont symétriques et définies positives.

Plusieurs théories permettent de traiter le problème de la commande optimale des systèmes linéaires par minimisation d'un critère quadratique. Nous obtenons ci-dessous la stratégie de la commande optimale à partir du "principe of optimality" qui nous offre une présentation simple et à caractère "intuitive".

Ce principe est le suivant :

Si l'ensemble des actions correspondant au problème initial  $P$  est optimal, l'ensemble des actions correspondant au problème partiel  $P_1$  doit l'être également, quelles que soient les données du problème initial  $P$  et les actions déjà réalisées (appartenant donc à la politique optimale) pour passer de  $P$  à  $P_1$ .

Il est facile d'appliquer ce principe à la détermination de la loi de commande minimisant le critère quadratique  $J$  défini par l'équation (10-2) (FOUL.87).

Pour cela, il suffit de considérer que le problème de la minimalisation d'un critère quadratique commence à un instant  $i$  quelconque compris dans l'intervalle  $[0, N]$ , et de calculer la valeur minimale  $J_m(i)$  d'un critère quadratique défini par l'expression suivante :

$$J(i) = \sum_{j=i}^{N-1} [ e(j)^T \cdot Q \cdot e(j) + U(j)^T \cdot R \cdot U(j) ]$$

Ce minimum  $J_m(i)$  est fonction de  $i$  et de l'état correspondant  $X(i)$ .

Si la suite du vecteur d'action  $U(i)$  de la politique de commande optimale sur l'intervalle temps  $(i, N-1)$  est :  $[ \hat{u}(i), \hat{u}(i+1), \hat{u}(i+2), \dots, \hat{u}(N-1) ]$ , la suite de la commande  $[ \hat{u}(i+1), \hat{u}(i+2), \dots, \hat{u}(N-1) ]$  permet alors d'obtenir le minimum  $J_m(i+1)$  du critère quadratique  $J(i+1)$  défini sur l'intervalle de temps  $(i+1, N-1)$  par :

$$J(i+1) = \sum_{j=i+1}^{N-1} [ e(j)^T \cdot Q \cdot e(j) + U(j)^T \cdot R \cdot U(j) ]$$

Par récurrence, le critère quadratique minimal du critère  $J(i)$  peut être ainsi obtenu par la relation :

$$J_m(i) = \min [ e(i)^T \cdot Q \cdot e(i) + U(i)^T \cdot R \cdot U(i) + J_m(i+1) ] \quad (10-3)$$

Si l'état final est libre, la récurrence doit commencer à partir de  $J_m(N) = 0$ .

Cette méthode permet de déterminer la politique de commande optimale sur tout intervalle de temps considéré. Il convient de noter que cette détermination s'effectue en temps inverse.

Appliquant cette méthode au système défini par l'équation (10-1), il est donc possible de déterminer la stratégie de la commande optimale qui minimise le critère défini par la formule (10-2).

En effet, pour un système linéaire ainsi défini, nous pouvons prévoir que  $J_m(i+1)$  (minimum du critère  $J(i+1)$ ) peut être une expression du second degré en état  $X(i)$ . Nous supposons alors que  $J_m(i+1)$  à la forme suivante :

$$J_m(i+1) = X(i+1)^T \cdot K(i+1) \cdot X(i+1) + 2 G(i+1)^T \cdot X(i+1) + h(i+1) \quad (10-4)$$

où :  $K(i+1)$  est une matrice carrée symétrique de dimension  $(n, n)$   
 $G(i+1)$  est un vecteur de dimension  $n$ .  
 $h(i+1)$  est un scalaire.

En utilisant le vecteur  $x(i+1)$  déterminé par l'équation (10-1) ainsi que l'expression (10-4), l'expression (10-3) à minimiser par rapport à  $U$  peut donc s'écrire :

$$\begin{aligned} J(i) = & U(i)^T \cdot R \cdot U(i) + [ Z - C \cdot X(i) ]^T \cdot Q \cdot [ Z - C \cdot X(i) ] \\ & + [ A \cdot X(i) + B \cdot U(i) + \theta ]^T \cdot K(i+1) \cdot [ A \cdot X(i) + B \cdot U(i) + \theta ] \\ & + 2 \cdot G(i+1)^T \cdot [ A \cdot X(i) + B \cdot U(i) + \theta ] + h(i+1) \end{aligned} \quad (10-5)$$

Pour que  $J(i)$  soit minimum par rapport à  $U$ , il est nécessaire que :

$$\frac{\partial J(i)}{\partial U(i)} = 0$$

Cela fait apparaître :

$$[ R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B ] \cdot U(i) = - B^T \cdot K(i+1) \cdot A \cdot X(i) - B^T \cdot [ G(i+1) + K(i+1) \cdot \theta ] \quad (10-6)$$

Sous les conditions que nous avons explicitées, la matrice  $[ R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B ]$  est régulière, le vecteur de commande optimale  $U$  peut donc s'écrire :

$$U(i) = - L(i) \cdot X(i) + H(i) \quad (10-7)$$

$$\text{avec :} \quad \begin{cases} L(i) = [ R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B ]^{-1} \cdot B^T \cdot K(i+1) \cdot A \\ H(i) = - [ R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B ]^{-1} \cdot B^T [ G(i+1) + K(i+1) \cdot \theta ] \end{cases} \quad (10-8)$$

où  $L(i)$  et  $H(i)$  sont respectivement une matrice de dimension  $(r,n)$  et un vecteur de dimension  $r$ .

En portant les équations (10-7) (10-8) dans l'équation (10-5), nous pouvons faire immédiatement apparaître les équations de récurrence des matrices  $K(i)$  et  $G(i)$  suivantes :

$$\begin{aligned} K(i) &= L(i)^T \cdot R \cdot L(i) + C^T \cdot Q \cdot C + [ A - B \cdot L(i) ]^T \cdot K(i+1) \cdot [ A - B \cdot L(i) ] \\ G(i) &= - H(i)^T \cdot R \cdot L(i) - Z^T \cdot Q \cdot C + [ B \cdot H(i) + \theta ]^T \cdot K(i+1) \cdot [ A - B \cdot L(i) ] \\ &\quad + G(i+1)^T \cdot [ A - B \cdot L(i) ] \end{aligned}$$

Nous pouvons également changer les présentations de ces dernières équations pour qu'elles soient plus faciles à programmer. Ceci peut être réalisé en utilisant l'équation (10-8). On obtient ainsi des définitions plus simples de  $K(i)$  et de  $G(i)$  :

$$\begin{cases} K(i) = A^T \cdot K(i+1) \cdot [ A - B \cdot L(i) ] + C^T \cdot Q \cdot C \\ G(i) = A^T \cdot \{ G(i+1) + K(i+1) \cdot [ B \cdot H(i) + \theta ] \} - C^T \cdot Q \cdot Z \end{cases} \quad (10-9)$$

En remplaçant  $H(i)$  dans l'expression de  $G(i)$  par l'équation (10-8), on peut transformer celle-ci sous la forme suivante :

$$G(i) = [ A - B \cdot L(i) ]^T \cdot [ G(i+1) + K(i+1) \cdot \theta ] - C^T \cdot Q \cdot Z$$



La structure générale de la commande optimale s'écrit enfin :

$$\begin{aligned}
 U(i) &= -L(i) \cdot X(i) + H(i) \\
 L(i) &= [R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B]^{-1} \cdot B^T \cdot K(i+1) \cdot A \\
 H(i) &= -[R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B]^{-1} \cdot B^T [G(i+1) + K(i+1) \cdot \theta] \quad (10-10) \\
 K(i) &= A^T \cdot K(i+1) \cdot [A - B \cdot L(i)] + C^T \cdot Q \cdot C \\
 G(i) &= [A - B \cdot L(i)]^T \cdot [G(i+1) + K(i+1) \cdot \theta] - C^T \cdot Q \cdot Z
 \end{aligned}$$

A partir de l'équation récurrente (10-10), nous pouvons donc, dans les conditions de départ  $K(N) = 0$  et  $G(N) = 0$ , déterminer le vecteur de commande optimale  $U(i)$  par itération en remontant le temps.

Il convient de noter que tous les calculs faits jusqu'à présent restent valables si toutes les matrices ( $A, B, \dots, Q, R, \dots$ ) et tous les vecteurs ( $\theta, Z, \dots$ ) sont fonction du temps  $i$ .

Dans le cas où le vecteur  $\theta$  est nul, la commande optimale déterminée par l'équation (10-10) devient alors :

$$\begin{aligned}
 U(i) &= -L(i) \cdot X(i) + H(i) \\
 L(i) &= [R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B]^{-1} \cdot B^T \cdot K(i+1) \cdot A \\
 H(i) &= -[R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B]^{-1} \cdot B^T \cdot G(i+1) \quad (10-11) \\
 K(i) &= A^T \cdot K(i+1) \cdot [A - B \cdot L(i)] + C^T \cdot Q \cdot C \\
 G(i) &= [A - B \cdot L(i)]^T \cdot G(i+1) - C^T \cdot Q \cdot Z
 \end{aligned}$$

La commande optimale définie ci-avant peut s'exprimer sous des formes plus pratiques selon les besoins et les applications concernées. Elle peut également être perfectionnée par l'ajout de termes complémentaires.

### 10.1.2 - CAS D'UN HORIZON INFINI

L'utilisation de la commande  $U(i)$  sous la forme que nous venons de présenter impose le calcul des matrices  $L(i)$ ,  $K(i)$  et des vecteurs  $G(i)$ ,  $H(i)$  à tous les instants d'action compris dans l'intervalle de temps considéré. Puisque le calcul se fait en temps inverse, il oblige la mémorisation de tous les résultats avant de pouvoir se servir de la commande.

C'est pourquoi il est particulièrement intéressant de considérer l'horizon d'optimisation comme infini, ou au moins très grand par rapport à l'échelle de temps des phénomènes physiques considérés. Dans ce cas, le critère à minimiser  $J$  prend alors la forme suivante :

$$J = \sum_{i=1}^{\infty} [e(i)^T \cdot Q \cdot e(i) + U(i)^T \cdot R \cdot U(i)] \quad (10-12)$$

Dans les conditions imposées aux matrices  $Q$  et  $R$ , il est démontré que l'équation récurrente de  $K(i)$  (équation 10-10) converge vers une solution limite unique  $K$  si le système est commandable [CAIN.70], [DORA.71]. Il est donc possible de considérer la matrice  $K(i)$  comme une matrice constante  $K$  pour tous les temps considérés dans un intervalle fini. De la même façon, il est possible d'admettre que le vecteur  $G(i)$  défini dans l'équation récurrente (10-10) est égal à un vecteur constant  $G$ , si la consigne  $Z$  est constante (elle n'est modifiée que sous forme d'un échelon à l'instant initial considéré). Dans ces conditions, la matrice  $L$  et le vecteur  $H$  sont donc constants. Il suffit, dans le cas d'un horizon infini de calculer seulement les valeurs limites de  $K$  et de  $G$  à partir des équations récurrentes. Cela permet d'alléger considérablement le système d'équations de commande optimale.

En disposant les solutions limites de la matrice  $K$  et du vecteur  $G$ , la matrice  $L$  a donc pour relation :

$$L = (R + B^T \cdot K \cdot B)^{-1} \cdot B^T \cdot K \cdot A \quad (10-13)$$

Le vecteur  $H$  devient :

$$H = - (R + B^T \cdot K \cdot B)^{-1} \cdot B^T \cdot (G + K \cdot \theta) \quad (10-14)$$

La commande optimale  $U(i)$  peut alors être calculée par la simple expression suivante:

$$U(i) = - L \cdot X(i) + H \quad (10-15)$$

D'après cette expression, on constate que les valeurs de la matrice  $L$  et du vecteur  $H$  sont indépendantes des états du système, elles peuvent donc être calculées "off-line" une fois pour toutes. Le calcul de la commande optimale "on-line" se ramène alors au calcul algébrique de l'équation (10-15). Cela facilite grandement la mise en oeuvre de la commande optimale. De plus, le calcul de la commande (équation 10-15) n'a besoin que d'une très faible place mémoire et demande très peu de temps. Il peut donc être réalisé à l'aide d'un calculateur simple.

Il est intéressant de noter que la commande optimale représentée par l'équation (10-15) comporte deux termes : un terme de correction par retour d'état  $L \cdot X(i)$ , et un terme anticipatif  $H$  qui est lié à la consigne. Cette présentation est comparable aux traditionnelles "boucles fermées" des régulations classiques. Ses avantages sont de prendre en compte en permanence l'état réel du système et de donner accès à des significations physiques claires.

L'utilisation de cette commande implique bien sûr que l'état  $X(i)$  soit disponible, soit par mesure, soit par un "observateur" qui fournit une estimation de l'état  $X(i)$  à partir des entrées et des sorties.

### 10.1.3 - COMPENSATION DES PERTURBATIONS MESURABLES

En situation réelle, il arrive souvent qu'un modèle dynamique de système comporte un nombre d'entrées supérieur au nombre d'actions pratiques utilisées pour assurer la commande de sorties. Autrement dit, les entrées comportent des actions contrôlables ainsi que des perturbations non contrôlables. Mais dans les équations représentées ci-dessus, nous n'avons pas pris en compte ces données aléatoires. L'influence de ces entrées non contrôlables est compensée par la régulation des sorties. Mais ceci peut nuire à la qualité de la commande. Il est donc souhaitable d'intégrer ces entrées non contrôlables (perturbations) pour améliorer les performances de la commande.

Nous traitons ici uniquement du cas des perturbations mesurables. La prise en compte de ces perturbations mesurables oblige à adjoindre, au modèle du système initial, un modèle supplémentaire qui définit l'influence de ces perturbations.

Nous écrivons le système initial sans perturbation sous la forme suivante :

$$\begin{cases} X_0(i+1) = A \cdot X_0(i) + B \cdot U(i) \\ Y_0(i+1) = C \cdot X_0(i) \end{cases} \quad (10-16)$$

Le vecteur des perturbations mesurables  $P(i)$ , de dimension  $r_1$ , a sur le vecteur de sortie une influence  $Y_1(i)$  de dimension  $m$ . Le modèle caractérisant cette influence est exprimé sous la forme :

$$\begin{aligned} X_1(i+1) &= A_1 \cdot X_1(i) + B_1 \cdot P(i) \\ Y_1(i+1) &= C_1 \cdot X_1(i) \end{aligned} \quad (10-17)$$

avec  $X_1(i)$  : Vecteur d'état supplémentaire de dimension  $n_1$

Pour simplifier les calculs, les perturbations mesurables  $P(i)$  sont considérées comme constantes (en théorie), ou bien (en pratique), de variation lente par rapport à la dynamique générale du système.

En regroupant les équations d'état (10-16), (10-17), la représentation globale du système peut s'écrire :

$$\begin{bmatrix} X_0(i+1) \\ X_1(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_0(i) \\ X_1(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(i) + \begin{bmatrix} 0 \\ B_1 \cdot P(i) \end{bmatrix} \quad (10-18)$$

soit de manière condensée :

$$\begin{cases} X_2(i+1) = A_2 \cdot X_2(i) + B_2 \cdot U_2(i) + F \\ Y_2(i+1) = [C_0, C_1] \cdot X_2(i) = C_2 \cdot X_2(i) \end{cases} \quad (10-19)$$

où  $X_2(i)$  : Vecteur d'état global, de dimension  $(n+n_1)$   
 $U_2(i)$  : Vecteur d'entrée, de dimension  $r$   
 $Y_2(i)$  : Vecteur de sortie, de dimension  $m$   
 $F$  : vecteur de perturbation, de dimension  $n+n_1$

$A_2, B_2, C_2$  sont des matrices constantes de dimensions respectives  $(n+n_1, n+n_1)$ ,  $(n+n_1, r)$  et  $(m, n+n_1)$ .

Le même critère de pénalisation lié à l'équation (10-2) est retrouvé ici.

En appliquant la méthode représentée précédemment au système global (10-19), l'ensemble des équations récurrentes pour la commande optimale reparaissent :

$$U_2(i) = -L_2(i) \cdot X_2(i) + H_2(i) \quad (10-20)$$

où  $L_2(i)$  et  $H_2(i)$  sont respectivement une matrice de dimension  $(r, n+n_1)$  et un vecteur de dimension  $r$ .

Ils sont définis par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} L_2(i) &= [R + B_2^T \cdot K_2(i+1) \cdot B_2]^{-1} \cdot B_2^T \cdot K_2(i+1) \cdot A_2 \\ H_2(i) &= -[R + B_2^T \cdot K_2(i+1) \cdot B_2]^{-1} \cdot B_2^T \cdot [G_2(i+1) + K_2(i+1) \cdot F] \\ K_2(i) &= A_2^T \cdot K_2(i+1) \cdot [A_2 - B_2 \cdot L_2(i)] + C_2^T \cdot Q \cdot C_2 \\ G_2(i) &= [A_2 - B_2 \cdot L_2(i)]^T \cdot [G_2(i+1) + K_2(i+1) \cdot F] - C_2^T \cdot Q \cdot Z \end{aligned} \quad (10-21)$$

$K_2(i)$  est une matrice de dimension  $(n+n_1, n+n_1)$  et  $G_2(i)$  est un vecteur de dimension  $(n+n_1)$ .  $Z$  symbolise toujours la consigne des sorties  $Y_0(i)$ .

Pour faciliter la programmation, il est possible de simplifier l'ensemble des équations (10-21) pour faire apparaître certaines expressions établies précédemment.

En effet, en décomposant les matrices de l'équation (10-21), nous arrivons en définitive à représenter l'équation de la commande optimale (10-20) sous la forme suivante [SAND.87]:

$$U_2(i) = -L(i) \cdot X_0(i) + H(i) - L_1(i) \cdot X_1(i) + H_1(i) \quad (10-22)$$

Dans cette équation, la matrice  $L(i)$  de dimension  $(r,n)$  et le vecteur  $H(i)$  de dimension  $r$  sont déterminés à partir de l'équation (10-11) du système initial (équation 10-16).  $X_0$  est l'état du système initial.

La matrice  $L_1(i)$  de dimension  $(r,n_1)$  et le vecteur  $H_1(i)$  de dimension  $r$  sont déterminés par les expressions de récurrence suivantes :

$$\begin{aligned} L_1(i) &= [R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B]^{-1} \cdot B^T \cdot K_1(i+1) \cdot A_1 \\ H_1(i) &= -[R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B]^{-1} \cdot B^T \cdot G_1(i+1) \\ K_1(i) &= [A - B \cdot L(i+1)]^T \cdot K_1(i+1) \cdot A_1 + C^T \cdot Q \cdot C_1 \\ G_1(i) &= [A - B \cdot L(i+1)]^T \cdot G_1(i+1) - K_1(i+1) \cdot B_1 \cdot P \end{aligned} \quad (10-23)$$

$K_1(i)$  est une matrice de dimension  $(n,m)$  et  $G_1(i)$  est un vecteur de dimension  $n$ .

A partir des équations (10-22) et (10-23), nous pouvons constater que la prise en compte des perturbations mesurables ne modifie en rien les éléments de la commande du système initial, puisque les valeurs de la matrice  $L(i)$  et du vecteur  $H(i)$  demeurent inchangées. Elle le complète seulement par les termes nouveaux  $L_1(i) \cdot X_1(i)$  et  $H_1(i)$  liés aux perturbations.

## 10.2 – Utilisations et formules pratiques

Nous avons rappelé ci-dessus la structure de commande optimale qui est constituée de deux termes (équation 10-11) : le terme de correction  $L(i)X(i)$  et le terme anticipatif  $H(i)$ . A partir de l'équation (10-11), on constate que la valeur de  $H(i)$  dépend de celle de la consigne  $Z$ . Lorsque cette dernière est changée, il est nécessaire de recalculer la matrice  $G(i)$  ainsi que  $H(i)$ .

Nous proposerons, dans ce sous-chapitre, une autre structure plus pratique de la commande dont le calcul du terme anticipatif est indépendant de la consigne  $Z$ . Cette nouvelle structure est obtenue sous la condition que la consigne  $Z$  est constante dans tout intervalle d'itération (ou la modification de  $Z$  ne se fait que sous forme d'un échelon à l'instant initial).

Nous définissons d'abord un vecteur  $G'(i)$  qui s'exprime de la façon suivante :

$$G'(i) = [A - B \cdot L(i)]^T \cdot G'(i+1) - C^T \cdot Q \quad (10-24)$$

Nous déduisons ensuite le rapport entre le vecteur  $G(i)$  de l'équation (10-11) et le vecteur  $G'(i)$ .

A partir respectivement des équations (10-11) et (10-24), et par itération en remontant le temps, nous pouvons obtenir pour le moment  $N-1$  :

$$G(N-1) = [A - B \cdot L(N-1)]^T \cdot G(N) - C^T \cdot Q \cdot Z$$

$$G'(N-1) = [A - B \cdot L(N-1)]^T \cdot G'(N) - C^T \cdot Q$$

Les conditions de départ  $G(N) = 0$  et  $G'(N) = 0$  font apparaître :

$$G(N-1) = -C^T \cdot Q \cdot Z$$

et :  $G'(N-1) = -C^T \cdot Q$

cela conduit à :

$$G(N-1) = G'(N-1) \cdot Z$$

A l'instant  $N-2$ ,  $G(N-2)$  et  $G'(N-2)$  s'écrivent respectivement :

$$G(N-2) = [A - B \cdot L(N-2)]^T \cdot G(N-1) - C^T \cdot Q \cdot Z = \{ [A - B \cdot L(N-2)]^T - I \} \cdot C^T \cdot Q \cdot Z$$

et  
 $G'(N-2) = [A - B \cdot L(N-2)]^T \cdot G'(N-1) - C^T \cdot Q = \{ [A - B \cdot L(N-2)]^T - I \} \cdot C^T \cdot Q$

On obtient donc :

$$G(N-2) = G'(N-2) \cdot Z$$

De la même façon, nous déduisons, par itération, l'expression suivante de  $G(i)$  :

$$G(i) = G'(i) \cdot Z$$

Le vecteur de commande optimale peut donc se mettre sous la forme :

$$U(i) = -L(i) \cdot X(i) + S(i) \cdot Z \quad (10-25)$$

avec :

$L(i) = [R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B]^{-1} \cdot B^T \cdot K(i+1) \cdot A$ $K(i) = A^T \cdot K(i+1) \cdot [A - B \cdot L(i)] + C^T \cdot Q \cdot C$ $S(i) = -[R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B]^{-1} \cdot B^T \cdot G'(i+1)$ $G'(i) = [A - B \cdot L(i)]^T \cdot G'(i+1) - C^T \cdot Q$	(10-26)
---	---------

L'avantage des équations (10-25) et (10-26) est de calculer la matrice  $S(i)$  de façon indépendante de la consigne  $Z$ . Autrement dit, une fois les matrices  $L(i)$  et  $S(i)$  déterminées en utilisant l'équation récurrente (10-26), le calcul de la commande n'est que le calcul algébrique d'équation (10-25) même si la consigne  $Z$  est modifiée, à condition que ce changement soit sous forme d'un échelon. Nous verrons plus tard (voir chapitre 12) que la réalisation de la méthode d'auto-réglage est basée sur cette caractéristique de la commande.

Dans le cas d'un horizon infini, la matrice  $G'$  peut être calculée à partir de l'équation suivante :

$$G' = [I - (A - B.L)^T] \cdot C^T \cdot Q$$

Le vecteur de commande optimale peut alors s'exprimer :

$$U(i) = -L \cdot X(i) + S \cdot Z \quad (10-27)$$

$$\text{avec : } S = (R + B^T \cdot K \cdot B)^{-1} \cdot B^T \cdot [I - (A - B \cdot L)^T]^{-1} \cdot C^T \cdot Q \quad (10-28)$$

Notons que l'utilisation de l'équation (10-28) permet de ne pas avoir à calculer la solution limite de  $H(i)$ , par conséquent celle de  $G(i)$ .

Lorsque l'on prend en compte la compensation des perturbations mesurables, le système est représenté par l'équation (10-18). Nous pouvons obtenir, à partir du même principe, le vecteur de commande sous la forme suivante :

$$U_2(i) = -L(i) \cdot X_0(i) + S(i) \cdot Z - L_1(i) \cdot X_1(i) + V(i) \cdot P(i) \quad (10-29)$$

$$\text{avec } \begin{cases} V(i) = -[R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B]^{-1} \cdot B^T \cdot G_1'(i+1) \\ G_1'(i) = [A - B \cdot L(i+1)]^T \cdot G_1'(i+1) - K_1(i+1) \cdot B_1 \end{cases} \quad (10-30)$$

Dans l'équation (10-29), les matrices  $L(i)$  et  $L_1(i)$  sont les mêmes que celles de l'équation (10-22).  $S(i)$  est calculée par la formule (10-26).

Par rapport à la formule de commande (10-22), l'avantage de l'équation (10-29) est que le calcul des valeurs de la matrice  $V(i)$  sont indépendantes des perturbations mesurables  $P(i)$ . Cette présentation est très pratique, puisqu'elle nous permet de calculer la matrice  $V(i)$  "off-line" une fois pour toutes. Mais il faut noter que pour aboutir à cette expression, les perturbations mesurables sont considérées comme constantes ou de variation très lente dans l'intervalle d'itération. Puisque le rôle des éléments qui assurent la compensation des perturbations mesurables est d'améliorer la performance de la commande, cette hypothèse de travail est tout-à-fait acceptable du point de vue des calculs pratiques.

Dans le cas d'un horizon infini, la matrice  $L(i)$  converge vers la matrice constante  $L$ , l'équation récurrente définissant la matrice  $K_1(i)$  devient alors équivalente à :

$$K_1(i) = [A - B \cdot L]^T \cdot K_1(i+1) \cdot A_1 + C^T \cdot Q \cdot C_1 \quad (10-31)$$

Cette relation récurrente est effectivement convergente, puisque les matrices  $(A - B \cdot L)$  et  $A_1$  représentent des procédés stables, les modules de leur valeurs propres respectives sont tous inférieurs à l'unité. En conséquent,  $L_1(i)$  converge également vers une matrice constante qui est égale à :

$$L_1 = [R + B^T \cdot K \cdot B]^{-1} \cdot B^T \cdot K_1 \cdot A_1 \quad (10-32)$$

La matrice  $V(i)$ , converge elle aussi vers un vecteur constant  $V$ . Ce vecteur  $V$  peut être déterminé par le calcul algébrique direct de la façon suivante.

D'après l'équation (10-30), dans le cas d'un horizon infini, la matrice  $G_1'$  peut être déterminée à partir de l'expression :

$$G_1' = -[I - (A - B \cdot L)]^{-1} \cdot K_1 \cdot B_1$$

En apportant cette formule dans l'équation (10-30), on obtient alors :

$$V = (R + B^T \cdot K \cdot B)^{-1} \cdot B^T \cdot [I - (A - B \cdot L)^T]^{-1} \cdot K_1 \cdot B_1$$

Le vecteur de commande optimale  $U(i)$  dans le cas d'un horizon infini peut donc se mettre sous la forme :

$$U(i) = -L \cdot X_0(i) + S \cdot Z - L_1 \cdot X_1(i) + V \cdot P(i) \quad (10-33)$$

Pour utiliser l'équation (10-33) ou l'équation (10-29), nous sommes confrontés à un nouveau problème : l'ignorance des vecteurs d'état  $X_0(i)$  et  $X_1(i)$ . En fait, les états  $X_0(i)$  et  $X_1(i)$  sont des vecteurs fictifs, il n'est donc pas possible de mesurer séparément leurs valeurs.

Une solution simplifiée mais satisfaisante de ce problème consiste à séparer artificiellement l'estimation des variables d'état  $X_0(i)$  et  $X_1(i)$ . A condition de connaître les matrices  $A_1$ ,  $B_1$  et la perturbation  $P(i)$ , nous pouvons estimer  $X_1(i)$ , qui n'est pas mesurable, à partir d'un "observateur en boucle ouverte" qui est le suivant :

$$X_1(i+1) = A_1 \cdot X_1(i) + B_1 \cdot P(i) \quad (10-34)$$

Pour définir l'état  $X_0(i)$ , un observateur classique peut être construit:

$$X_0(i) = Y(i) - C_1 \cdot X_1(i) \quad (10-35)$$

Le vecteur  $Y(i)$  est la sortie du système, nous pouvons l'obtenir par les mesures.

### 10.3 – Prise en compte des contraintes sur l'action

Les équations de la commande optimale que nous avons obtenu précédemment sont basées sur l'hypothèse que les actions  $U(i)$  ne sont pas contraintes. Autrement dit, les puissances installées sont suffisamment élevées pour que les actions puissent atteindre les amplitudes maximums demandées par la commande. Mais en réalité, les puissances maximums d'installation sont toujours limitées. Si la valeur maximale de la puissance est  $U_{\max}$ , les actions sont donc soumises à la contrainte suivante :

$$0 \leq U(i) \leq U_{\max}$$

Lorsque le problème d'optimisation avec contraintes se pose, il ne peut plus être résolu analytiquement comme on l'a fait pour le problème d'optimisation sans contrainte. Une méthode numérique est donc indispensable. Cela rend le calcul de la commande beaucoup plus compliqué.



Cependant on constate, à partir des résultats des simulations, que lorsqu'il existe un changement en échelon de la consigne Z (comme dans le cas des systèmes de chauffage intermittent), la commande obtenue par la méthode décrite ci-avant est généralement très grande, souvent deux ou trois fois supérieure à la puissance maximale disponible. Nous devons donc résoudre le problème d'optimisation avec contraintes avant toutes les applications.

Une méthode simple et efficace que nous proposons pour résoudre ce problème est de reconstruire le critère quadratique à minimiser en utilisant l'expression suivante :

$$J_c = \sum_{i=1}^N \{ e(i)^T \cdot Q \cdot e(i) + [U(i) - U_a]^T \cdot R \cdot [U(i) - U_a] \} \quad (10-36)$$

A partir de ce nouveau critère  $J_c$ , les actions  $U(i)$  peuvent être "contraintes" par ajustement de la valeur de  $U_a$  et celle du paramètre R. Nous pouvons obtenir ainsi, d'une façon "quasi optimale", la solution du problème de l'optimisation avec contraintes sur les actions.

Il faut noter que à partir de ce nouveau critère  $J_c$ , nous pouvons également "diminuer" la pénalisation des amplitudes d'actions en choisissant une valeur de  $U_a$  supérieure à 0. Cette caractéristique du critère rend donc la stratégie de la commande très souple. Nous verrons dans le chapitre prochain que cette caractéristique est très utile pour la régulation des systèmes de chauffage intermittent.

Nous allons déduire ci-après les équations de la commande optimale avec le nouveaux critère  $J_c$ . Cela se fait à partir du même processus d'optimisation quadratique que nous avons présenté dans le sous chapitre précédent.

Nous rappelons d'abord l'équation du système étudié :

$$\begin{cases} X(i+1) = A \cdot X(i) + B \cdot U(i) + \theta \\ Y(i) = C \cdot X(i) \end{cases} \quad (10-38)$$

A partir du principe d'optimisation, le critère minimal  $J_{mc}(i)$  de  $J_c(i)$  est obtenu par la relation récurrente suivante :

$$J_{mc}(i) = \min \{ e(i)^T \cdot Q \cdot e(i) + [U(i) - U_a]^T \cdot R \cdot [U(i) - U_a] + J_{mc}(i+1) \} \quad (10-39)$$

Nous admettons toujours que  $J_{cm}(i+1)$  ( minimum du critère  $J_c(i+1)$  ) a la forme suivante :

$$J_{cm}(i+1) = X(i+1)^T \cdot K(i+1) \cdot X(i+1) + 2 G(i+1)^T \cdot X(i+1) + h(i+1) \quad (10-40)$$

En utilisant le vecteur  $x(i+1)$  déterminé par l'équation (10-38) ainsi que l'expression (10-40), le critère à minimiser  $J_c(i)$  devient :

$$\begin{aligned} J_c(i) = & [U(i) - U_a]^T \cdot R \cdot [U(i) - U_a] + [Z - C \cdot X(i)]^T \cdot Q \\ & \cdot [Z - C \cdot X(i)] + [A \cdot X(i) + B \cdot U(i) + \theta]^T \cdot K(i+1) \cdot [A \cdot X(i) \\ & + B \cdot U(i) + \theta] + 2 \cdot G(i+1)^T \cdot [A \cdot X(i) + B \cdot U(i) + \theta] + h(i+1) \end{aligned} \quad (10-41)$$

Les dérivées partielles de cette expression par rapport à U étant nulles, cela conduit à la formule suivante :

$$\begin{aligned}
 & [ R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B ] \cdot U(i) \\
 & = - B^T \cdot K(i+1) \cdot A \cdot X(i) - B^T \cdot [ G(i+1) + K(i+1) \cdot \theta ] + R \cdot U_a
 \end{aligned}
 \tag{10-42}$$

A partir des équations (10-41), le vecteur de commande optimale U peut alors s'écrire :

$$U(i) = - L(i) \cdot X(i) + H_a(i) \tag{10-43}$$

La matrice L(i) et le vecteur H<sub>a</sub>(i) sont définis par les équations récurrentes suivantes :

$  \begin{aligned}  L(i) &= [ R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B ]^{-1} \cdot B^T \cdot K(i+1) \cdot A \\  H_a(i) &= - [ R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B ]^{-1} \cdot \{ B^T [ G_a(i+1) + K(i+1) \cdot \theta ] + R \cdot U_a \} \\  K(i) &= A^T \cdot K(i+1) \cdot [ A - B \cdot L(i) ] + C^T \cdot Q \cdot C \\  G_a(i) &= [ A - B \cdot L(i) ]^T \cdot [ G_a(i+1) + K(i+1) \cdot \theta ] - C^T \cdot Q \cdot Z + L^T(i) \cdot R \cdot U_a  \end{aligned}  $	(10-44)
--	---------

Dans cette relation, les expressions de L(i) et K(i) sont identiques à celles de l'équation (10-10). Mais le terme  $R \cdot U_a$  intervient dans les éléments H<sub>a</sub>(i) et G<sub>a</sub>(i).

Lorsque le vecteur  $\theta$  est nul, les équations récurrentes de  $G_a(i)$  et  $H_a(i)$  deviennent :

$$H_a(i) = - [ R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B ]^{-1} \cdot [ B^T \cdot G_a(i+1) - R \cdot U_a ] \quad (10-45)$$

$$G_a(i) = [ A - B \cdot L(i) ]^T \cdot G_a(i+1) - C^T \cdot Q \cdot Z + L^T(i) \cdot R \cdot U_a \quad (10-46)$$

Nous pouvons décomposer les équations (10-45) et (10-46) de la manière suivante afin de trouver des formules plus pratiques.

Nous définissons les vecteurs  $G_{a1}$  et  $G_{a2}$  par les expressions suivantes :

$$G_{a1}(i) = \Phi(i) \cdot G_{a1}(i+1) - C^T \cdot Q \cdot Z \quad (10-47)$$

$$G_{a2}(i) = \Phi(i) \cdot G_{a2}(i+1) + L^T(i) \cdot R \cdot U_a \quad (10-48)$$

avec  $\Phi(i) = [ A - B \cdot L(i) ]^T$

En commençant par  $G_a(N) = 0$  et  $G_{a1}(N) = G_{a2}(N) = 0$ , les itérations en temps inverse de l'équation (10-46) et (10-47) et (10-48) s'expriment respectivement :

$$G_a(N-1) = \Phi(N-1) \cdot G_a(N) - C^T \cdot Q \cdot Z + L^T(N-1) \cdot R \cdot U_a = - C^T \cdot Q \cdot Z + L^T(N-1) \cdot R \cdot U_a$$

$$G_{a1}(N-1) = \Phi(N-1) \cdot G_{a1}(N) - C^T \cdot Q \cdot Z = - C^T \cdot Q \cdot Z$$

$$\text{et } G_{a2}(N-1) = \Phi(N-1) \cdot G_{a2}(N) + L^T(N-1) \cdot R \cdot U_a = L^T(N-1) \cdot R \cdot U_a$$

Nous avons donc :

$$G_a(N-1) = G_{a1}(N-1) + G_{a2}(N-1)$$

A l'instant  $N-2$ , les termes  $G_a(N-2)$ ,  $G_{a1}(N-2)$  et  $G_{a2}(N-2)$  s'écrivent respectivement :

$$G_a(N-2) = \Phi(N-2) \cdot G_a(N-1) - C^T \cdot Q \cdot Z + L^T(N-2) \cdot R \cdot U_a$$

$$= \Phi(N-2) \cdot G_{a1}(N-1) - C^T \cdot Q \cdot Z + \Phi(N-2) \cdot G_{a2}(N-1) + L^T(N-2) \cdot R \cdot U_a$$

$$G_{a1}(N-2) = \Phi(N-2) \cdot G_{a1}(N-1) - C^T \cdot Q \cdot Z$$

$$\text{et } G_{a2}(N-2) = \Phi(N-2) \cdot G_{a2}(N-1) + L^T(N-2) \cdot R \cdot U_a$$

On en déduit que :

$$G_a(N-2) = G_{a1}(N-2) + G_{a2}(N-2)$$

De la même façon, nous pouvons obtenir, par itération, l'expression de  $G_a(i)$  suivante :

$$G_a(i) = G_{a1}(i) + G_{a2}(i) \quad (10-49)$$

En reportant l'équation (10-49) dans l'équation (10-45), la matrice  $H_a(i)$  devient alors :

$$H_a(i) = - [ R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B ]^{-1} \cdot \{ B^T \cdot [ G_{a1}(i+1) + G_{a2}(i+1) ] + R \cdot U_a \}$$

Cette équation peut être représentée sous la forme suivante :

$$H_a(i) = H_{a1}(i) + H_{a2}(i) \quad (10-50)$$

dans laquelle :

$$\begin{cases} H_{a1}(i) = - [ R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B ]^{-1} \cdot B^T \cdot G_{a1}(i+1) \\ H_{a2}(i) = [ R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B ]^{-1} \cdot B^T \cdot [ G_{a2}(i+1) + R \cdot U_a ] \end{cases} \quad (10-51)$$

En comparant l'équation (10-11) avec les équations (10-47) et (10-51), on fait ressortir que :

$$G_{a1}(i) = G(i) \quad (10-52)$$

$$H_{a1}(i) = H(i) \quad (10-53)$$

Sur la base des équations (10-50) et (10-53), le vecteur de commande optimale (équation 10-43) peut donc se mettre sous la forme :

$$U(i) = -L(i) \cdot X(i) + H(i) + H_{a2}(i) \quad (10-54)$$

On retrouve donc ici les éléments de la commande du système sans contrainte :  $L(i)$  et  $H(i)$ . La prise en compte de cette dernière est réalisée en ajoutant un terme complémentaire  $H_{a2}(i)$  lié avec le paramètre  $U_a$ , dans l'équation de la commande.

Dans le cas où la consigne  $Z$  et le paramètre  $U_a$  sont constants (ou qu'ils ne sont modifiés que sous forme d'un échelon), le vecteur de commande peut être déterminé à partir de l'expression suivante :

$$U(i) = -L(i) \cdot X(i) + S(i) \cdot Z + H_{a2}'(i) \cdot U_a \quad (10-55)$$

avec :

$$H_{a2}'(i) = [ R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B ]^{-1} \cdot B^T \cdot [ G_{a2}'(i+1) + R ] \quad (10-56)$$

dans laquelle :

$$G_{a2}'(i) = [ A - B \cdot L(i) ]^T \cdot G_{a2}(i+1) + L^T(i) \cdot R \quad (10-57)$$

Dans l'équation (10-56), le calcul du vecteur  $H_{a2}'(i)$  est indépendant du paramètre  $U_a$ . Cela simplifie le processus de l'ajustement de la valeur de  $U_a$ .

En appliquant le critère  $J_c$  au système représenté par l'équation (10-18), autrement dit en ajoutant la compensation des perturbations mesurables, et en effectuant le même processus de calcul précédant (voir section 10.1.3), la commande optimale avec les contraintes sur les actions et avec les perturbations mesurables peut enfin être déterminée par l'expression suivante :

$$U(i) = -L(i) \cdot X_0(i) - L_1(i) \cdot X_1(i) + S(i) \cdot Z + H_{a2}'(i) \cdot U_a + V(i) P(i) \quad (10-58)$$

Dans cette équation, les matrices  $L(i)$ ,  $L_1(i)$ ,  $S(i)$  et  $V(i)$  sont les mêmes que celles apparaissant dans l'équation (10-22) et  $H_{a2}'(i)$  est calculé à partir de l'équation (10-56).

Cette nouvelle formule de la commande que nous verrons de déduire sera utilisée pour les études d'application.

Dans le cas d'un horizon infini,  $K(i)$  et  $G_a(i)$  convergent vers des constantes. Par conséquent,  $L(i)$  et  $H_a(i)$  sont également des constantes.

Le vecteur de commande optimale peut alors se mettre sous la forme :

$$U(i) = -L \cdot X(i) - L_1 \cdot X_1(i) + S \cdot Z + H_{a2}' \cdot U_a + V \cdot P(i) \quad (10-59)$$

La figure (10-1) représente l'organigramme de la structure de commande optimale.

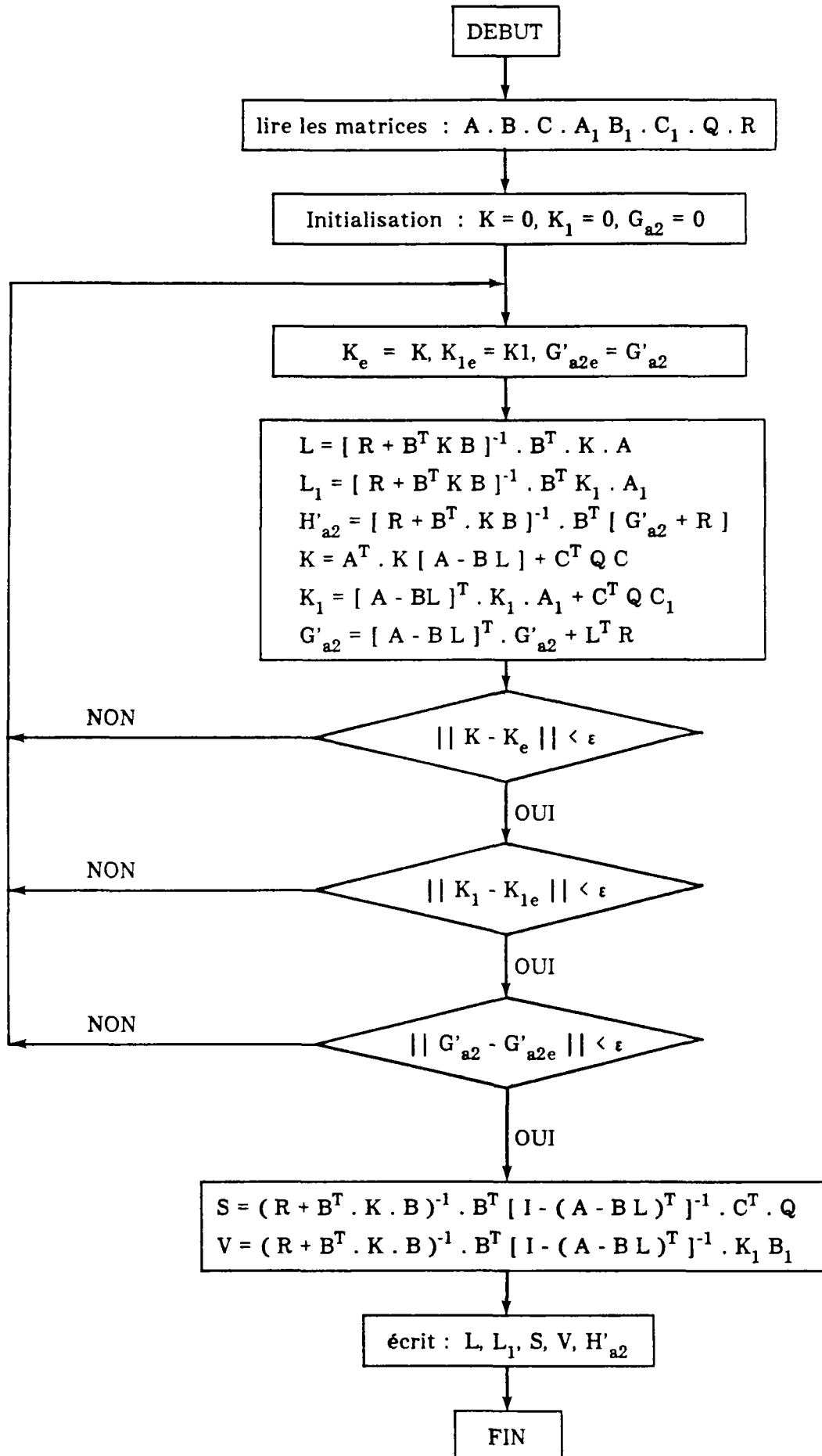


Figure 10-1 : Organigramme de la structure de commande

## 11 – APPLICATION DE LA COMMANDE OPTIMALE AU SYSTEME DU CHAUFFAGE INTERMITTENT

Nous présentons ci-après des applications de la commande basée sur le principe d'optimisation quadratique à un système de chauffage dans des bâtiments occupés de façon intermittente. Nous mettons alors l'accent sur la prévision de la durée de préchauffage.

### 11.1 – Description du modèle de système de chauffage

La plupart des systèmes de chauffage peuvent être représentés par des systèmes linéaires. L'équation d'état discrète d'un tel système s'écrit :

$$\begin{cases} X(i+1) = A \cdot X(i) + B \cdot U(i) + B_1 \cdot P(i) \\ Y(i+1) = C \cdot X(i) \end{cases} \quad (11-1)$$

avec :

- X : Etat du système dont les éléments sont soit des températures soit la masse du combustible ou des enthalpies.
- U : Vecteur de commande du système dont les composantes peuvent être la puissance du chauffage, le débit de combustible ou la position d'une vanne trois voies.
- P : Vecteur des perturbations. Nous supposons que ses composantes sont des variables mesurables telles que la température extérieure, l'ensoleillement...
- Y : Vecteur des sorties du système. Il comporte les variables à contrôler telles que la température d'air et la température de structure dans le bâtiment.

A, B, B<sub>1</sub>, C : Matrices constantes.

Pour compenser l'influence des perturbations mesurables par la commande optimale proposée, nous décomposons l'équation (11-1) qui est linéaire en deux parties :

$$\begin{cases} X_1(i+1) = A \cdot X_1(i) + B \cdot U(i) \\ Y_1(i+1) = C \cdot X_1(i) \end{cases} \quad (11-2)$$

$$\text{et} \quad \begin{cases} X_2(i+1) = A \cdot X_2(i) + B_1 \cdot P(i) \\ Y_2(i+1) = C \cdot X_2(i) \end{cases} \quad (11-3)$$

L'équation (11-2) est le modèle du système de chauffage sans perturbation (ou avec des perturbations considérées comme constantes).

L'équation (11-3) représente l'influence des perturbation mesurables sur le vecteur de sortie Y.

Nous avons évidemment :

$$\text{et } \begin{cases} X(i) = X_1(i) + X_2(i) \\ Y(i) = Y_1(i) + Y_2(i) \end{cases} \quad (11-4)$$

## 11.2 - Choix du critère quadratique

On définit  $e(i)$  comme étant le vecteur de l'écart entre les consignes, noté  $Z$ , et les sorties  $Y(i)$ , soit :

$$e(i) = Z - Y(i)$$

L'expression du critère à minimiser a la forme suivante :

$$J = \sum_{i=1}^N \{ e(i)^T \cdot Q \cdot e(i) + [U(i) - U_a]^T \cdot R \cdot [U(i) - U_a] \} \quad (11-5)$$

Dans cette critère, le premier terme " $e(i)^T \cdot Q \cdot e(i)$ " représente le coût de confort. En effet, des études sur le confort [DEVA.84] ont montré que le niveau de confort est fonction d'un certain nombre de paramètres (la température et l'humidité d'air, la température radiante, la vitesse de l'air etc.). L'utilisation d'une telle fonction entraîne, lors de l'application de la commande optimale, une augmentation du nombre d'équation à résoudre. Par contre, la fonction de pénalité quadratique " $e(i)^T \cdot Q \cdot e(i)$ ", qui s'intègre naturellement dans le critère à minimiser, peut non seulement rendre le calcul plus simple, mais aussi représenter le mieux la fonction précédente de confort.

Le deuxième terme de ce critère " $[U(i) - U_a]^T \cdot R \cdot [U(i) - U_a]$ " caractérise le coût d'énergie. La valeur de ce terme n'est pas égale exactement celle du coût d'énergie consommée réellement qui est linéaire aux amplitudes des actions  $U(i)$ . Mais en ajustant les valeurs de  $U_a$  et de  $R$ , elle peut représenter une valeur approximative du coût d'énergie réel.

D'autre part, la dynamique du système dépend du rapport entre  $Q$  et  $R$ . Plus les éléments de la matrice  $R$  seront grands relativement aux éléments de la matrice  $Q$ , plus les amplitudes des actions seront pénalisées par la minimalisation du critère, et donc plus le système sera lent à corriger les influences des perturbations. Inversement, si les éléments de la matrice  $R$  sont plus petits relativement à ceux de la matrice  $Q$ , les actions seront plus grandes et le système sera plus rapide.

Il est donc évident que, pour appliquer la stratégie de la commande présentée précédemment, la première phase à aborder doit être le choix des matrices  $Q$  et  $R$ . Mais les valeurs des matrices  $Q$  et  $R$  sont très difficiles à prévoir par le calcul théorique. Il convient donc de les ajuster par simulation jusqu'à ce que les performances désirées soit obtenues. Nous reviendrons sur ce point au paragraphe 11.4.3 et nous présenterons une méthode qui peut faciliter le choix des matrices  $Q$  et  $R$ .

En ce qui concerne  $U_a$ , il modifie les amplitudes des actions réellement pénalisées par le critère à minimiser. Plus la valeur de  $U_a$  sera grande, plus la valeur de  $(U - U_a)$  sera faible, et plus les amplitudes des actions pénalisées seront petites. La valeur de  $U_a$  doit donc être ajustée selon le besoin de la pénalisation des actions. Nous verrons plus tard que  $U_a$  est un facteur très importante pour la prédiction de la durée de préchauffage.



### 11.3 - Commande de système du chauffage intermittent

La commande de système du chauffage intermittent peut être scindée en deux phases :

- la régulation dans la période d'occupation ;
- la régulation dans la période d'inoccupation.

Dans la période d'occupation, la tâche de la commande est de maintenir les sorties du système (les températures de bâtiment) proche des valeurs des consignes.

Dans la période d'inoccupation, deux problèmes surgissent. Le premier est de prévoir la durée de préchauffage. Il est en effet souhaitable que le générateur de chaleur puisse démarrer à pleine puissance à l'heure prévue, et qu'il ramène le plus rapidement possible le bâtiment à la température souhaitée juste à la fin de la période d'inoccupation. Plus le bâtiment pourra être réchauffé rapidement, et plus la température moyenne du bâtiment pendant la période d'inoccupation pourra être basse, et donc plus les économies réalisées seront importantes.

Le deuxième problème rencontré dans la période d'inoccupation est l'obligation de maintenir une température d'ambiance suffisante afin d'éviter un refroidissement excessif du bâtiment (maintient hors-gel).

#### 11.3.1 - REGULATION DANS LA PERIODE D'OCCUPATION

Pour simplifier le calcul, nous traiterons cette période comme une période de temps infini où les consignes des températures sont constantes. Nous imposerons que la valeur de  $U_a$  soit égale à 0 dans cette période puisque les actions demandées par la commande sont toujours inférieures aux valeurs maximales de puissances d'installation.

En appliquant l'algorithme représenté par l'organigramme de la figure 9-1 au système décrit par les équations (11-2) et (11-3), nous pouvons obtenir la commande optimale pour la période d'occupation  $U_o$  :

$$U_o(i) = -L \cdot X_1(i) + S \cdot Z - L_1 \cdot X_2(i) + V \cdot P(i) \quad (11-6)$$

avec :

$$\begin{aligned} L(i) &= [R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B]^{-1} \cdot B^T \cdot K(i+1) \cdot A \\ K(i) &= A^T \cdot K(i+1) \cdot [A - B \cdot L(i)] + C^T \cdot Q \cdot C \\ L_1(i) &= [R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B]^{-1} \cdot B^T \cdot K_1(i+1) \cdot A_1 \\ K_1(i) &= [A - B \cdot L(i+1)]^T \cdot K_1(i+1) \cdot A_1 + C^T \cdot Q \cdot C_1 \\ S &= (R + B^T \cdot K \cdot B)^{-1} \cdot B^T \cdot [I - (A - B \cdot L)^T]^{-1} \cdot C^T \cdot Q \\ V &= (R + B^T \cdot K \cdot B)^{-1} \cdot B^T \cdot [I - (A - B \cdot L)^T]^{-1} \cdot K_1 \cdot B_1 \end{aligned} \quad (11-7)$$

Les matrices  $L$  et  $L_1$  sont les solutions limites de l'équation (11-7), elles sont constantes. Les matrices  $S$  et  $V$  sont également constantes.

Pour le système étudié, les matrices  $A$  et  $C$  sont respectivement égales aux matrices  $A_1$  et  $C_1$ , cela conduit à  $L = L_1$ . Selon l'équation (11-4), la commande optimale devient alors :

$$U_o(i) = -L \cdot X(i) + S \cdot Z + V \cdot P(i) \quad (11-8)$$

Il faut noter que pour un certain système les valeurs des matrices L, S, et V varient avec les valeurs des matrices Q et R. Quand ces dernières sont sélectionnées, tous ces paramètres deviennent fixes. Pour obtenir les matrices L, S, et V, il suffit d'effectuer une seule fois "off-line" le calcul de l'équation (11-7). Le calcul "on-line" de commande optimale pendant la période d'occupation se ramène alors à l'équation (11-8).

### 11.3.2 - REGULATION DANS LA PERIODE D'INOCCUPATION

Nous avons à faire face à deux problèmes durant cette période: la prévision de la durée de préchauffage et le maintien d'une température limite basse dans le bâtiment. Ces deux problèmes sont résolus séparément.

A l'inverse de la commande dans la période d'occupation, nous ne pouvons plus considérer la prédiction de la durée de préchauffage comme un problème étalé sur une période de temps infini car dans la période d'inoccupation, il existe des changements de valeur de la matrice Q.

En effet pendant la période d'inoccupation, la matrice Q devient nulle puisque le confort n'est plus pris en compte pendant cette période. Ce changement fait que les paramètres de la commande optimale pour la période d'inoccupation deviennent des suites de vecteurs.

Par simulation, nous constatons, lorsque  $U_a$  est égale à 0, que la durée de préchauffage déterminée par la commande optimale proposée n'est pas en réalité tout à fait "optimale". Le calcul de la commande montre que le générateur de chaleur doit démarrer plus tôt qu'on ne le souhaite, mais pas à pleine puissance.

Ce phénomène est lié à la caractéristique du critère à minimiser. Le fait est que le terme  $U^T \cdot R \cdot U$  dans ce critère tend à limiter l'amplitude de grandeur d'action U parce que l'action U est pénalisée proportionnellement à  $U_a$ , et non pas à U. Cette tendance oblige donc à une longue période de préchauffage en puissance faible.

Une méthode pour éviter ce phénomène, consiste à définir  $U_a > 0$  pour la période d'inoccupation, cela conduit donc à :

$$[U(i) - U_a]^T \cdot R \cdot [U(i) - U_a] < U(i)^T \cdot R \cdot U(i)$$

Cette relation signifie que le critère dans l'expression (11-5) a une pénalisation moins forte sur l'action que celle du critère dans l'expression (10-2). En conséquence, l'amplitude de grandeur d'action U devient plus grande, le préchauffage en une faible puissance devient donc un préchauffage en une grande puissance dont la grandeur est contrôlée par la valeur de  $U_a$ . Si cette dernière est correctement choisie, la puissance peut être "contrainte" à être inférieure à la puissance maximale.

En reprenant les résultats décrits dans le chapitre 10, le vecteur de la commande pour la prévision de la durée de préchauffage  $U_{in}$  est alors déterminé par les équations récurrentes suivantes :

$$U_{in}(i) = -L(i) \cdot X(i) + S(i) \cdot Z + H_{a2}'(i) \cdot U_a + V(i) \cdot P(i) \quad (11-9)$$

avec :

$$\begin{aligned} L(i) &= [R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B]^{-1} \cdot B^T \cdot K(i+1) \cdot A \\ K(i) &= A^T \cdot K(i+1) \cdot [A - B \cdot L(i+1)] + C^T \cdot Q \cdot C \\ S(i) &= -[R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B]^{-1} \cdot B^T \cdot G'(i+1) \\ G'(i) &= [A - B \cdot L(i)]^T \cdot G'(i+1) - C^T \cdot Q \\ H_{a2}'(i) &= [R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B]^{-1} \cdot [G_{a2}'(i+1) + R] \\ G_{a2}'(i) &= [A - B \cdot L(i)]^T \cdot G_{a2}'(i+1) - L(i)^T \cdot R \\ V(i) &= -[R + B^T \cdot K(i+1) \cdot B]^{-1} \cdot B^T \cdot G_1(i+1) \\ G_1(i) &= [A - B \cdot L(i+1)]^T \cdot G_1(i+1) - K(i+1) \cdot B_1 \end{aligned} \quad (11-10)$$

Il faut noter que dans l'équation (11-9), les matrices  $L(i)$ ,  $S(i)$ ,  $H_{a2}'(i)$  et  $V(i)$  varient d'un pas de temps à l'autre, mais elles sont constantes pour un pas donné. Cela signifie que lorsque l'on a résolu une seule fois l'équation (11-10) "off line", et obtenu tous les paramètres des matrices  $L(i)$ ,  $S(i)$ ,  $H_{a2}'(i)$  et  $V(i)$  correspondant à chaque pas dans la période d'inoccupation, le calcul "on-line" de la commande optimal  $U_{in}(j)$  pour un pas donnée  $j$  se déduit uniquement de l'équation (11-9) en choisissant les paramètres  $L(j)$ ,  $S(j)$ ,  $H_{a2}'(j)$  et  $V(j)$  connus et correspondants au pas  $j$ .

A partir de l'équation (11-9), nous obtenons une valeur de la commande  $U_{in}(i)$  en chaque pas de temps, cette valeur augmente progressivement au fur et à mesure que la température du bâtiment s'abaisse. Pour qu'on puisse bénéficier d'une relance du générateur à pleine puissance et d'une période de préchauffage la plus courte possible, nous imposons que le générateur de chaleur démarre au moment où cette commande a une amplitude de grandeur égale ou supérieure à la puissance maximale du générateur  $U_{max}$  sauf lorsque la commande exige de l'énergie pour maintenir la température minimale dans le bâtiment.

La durée de la période de préchauffage déterminée par la commande dépend de la valeur de  $U_a$ . Plus grande sera cette valeur, plus longue sera la durée de préchauffage prévue. Nous proposerons dans le sous-chapitre 11.4.2 une méthode simple pour calculer la valeur de  $U_a$ .

Parallèlement à la réalisation de la prévision de la durée de préchauffage, on effectue le calcul de l'énergie nécessaire  $U_t$  pour maintenir la température minimale dans le bâtiment. En changeant les consignes  $Z$  dans l'équation (11-6) qui est utilisée pour la commande dans la période d'occupation,  $U_t$  peut être déterminé par la même équation réécrite ci-dessous :

$$U_t(i) = -L \cdot X(i) + S \cdot Z_t + V \cdot P(i) \quad (11-11)$$

où :  $Z_t$  : Consignes correspondant à la période d'inoccupation.

En résumé, pour appliquer la commande optimale proposée au système de chauffage intermittent, trois équations essentielles sont disponibles : les équations (11-7), (11-9) et (11-11). Le vecteur de la commande optimale  $U(i)$  pour chaque période étant égal à :

$$U(i) = \begin{cases} U_o & \text{période d'occupation} \\ U_{in} & \text{période d'inoccupation : préchauffage} \\ U_t & \text{période d'inoccupation : maintien d'une température minimale.} \end{cases}$$

## 11.4 – Simulations et comparaisons

Entre les développements théoriques des stratégies de commande et leurs applications aux systèmes réels, l'étude de simulation est une étape fondamentale. En effet, certaines caractéristiques des systèmes considérés ne sont pas toujours faciles à mettre en évidence de manière précise par des voies purement théoriques. La simulation se révèle donc un moyen simple et efficace de résoudre ce problème. De plus, l'étude par simulation permet de changer facilement les conditions des procédés, changements souvent difficiles dans les systèmes réels. En ce qui concerne la commande optimale, quelques paramètres (surtout les coefficients de pondération dans le critère à minimiser) ne peuvent être ajustés convenablement par le calcul théorique. Il faut les déterminer par simulation ou trouver un moyen de les calculer à partir des résultats de simulations. La simulation joue donc un rôle indispensable avant toute application à un système réel.

Dans notre cas, les études de simulation pour les applications de la commande optimale à des systèmes de chauffage se scindent en deux étapes.

En premier lieu, nous appliquons uniquement la commande optimale à des systèmes de chauffage avec les installations de faible inertie. L'inertie du générateur de chaleur et de celle du réseau d'eau peut donc être négligée, et nous supposons que la chaleur fournie est injectée instantanément dans le bâtiment. Dans ce cas, le modèle du système de chauffage se réduit au modèle du seul bâtiment. Les apports internes et solaires, et l'intermittence de la ventilation ne sont pas non plus pris en compte.

Dans la deuxième étape de l'étude, nous étudions l'application de la commande optimale des systèmes de chauffage utilisant une chaudière à charbon. Nous mettons l'accent sur les influences de l'inertie de la boucle secondaire. Dans ce cas, la chaudière à charbon et le réseau d'eau sont pris en compte dans le modèle. Cela fait l'objet du chapitre 13.

### 11.4.1 - MODELISATION DU BATIMENT

De nombreuses études ont abordé le développement de modèles simplifiés de bâtiment [LARE.80], [IEA.86]. Ces travaux ont montré clairement que les modèles simplifiés du deuxième ordre permettent de décrire correctement les comportements dynamique et statique du bâtiment.

Ce modèle simplifié du deuxième ordre peut être représenté par un réseau électrique RC (figure 11-1) qui est constitué de deux capacités ( $C_1$ ,  $C_2$ ) et trois résistances ( $R_{ei}$ ,  $R_{em}$ ,  $R_{mi}$ ).

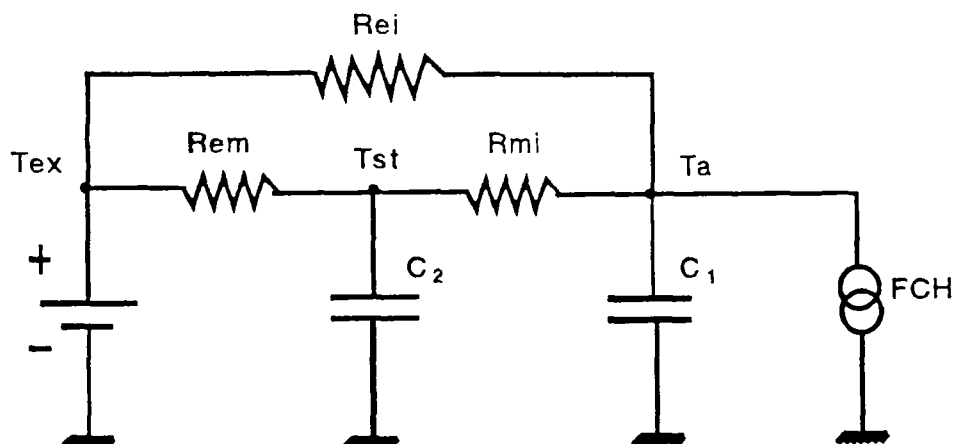


Figure 11-1 - Modèle simplifié de bâtiment

Les cinq paramètres de ce réseau RC sont les "analogues électriques" des grandeurs physiques suivantes :

- $R_{ei}$  : Résistance thermique représentant les échanges de chaleur entre l'extérieur et l'ambiance intérieure du bâtiment (échanges à travers les vitrages et par renouvellement d'air)
- $R_{em}$  : Résistance thermique représentant les échanges de chaleur entre l'extérieur et la structure du bâtiment
- $R_{mi}$  : Résistance thermique représentant les échanges de chaleur entre la structure et l'intérieur du bâtiment
- $C_1$  : Capacité calorifique de l'air intérieur, du mobilier et des parois légères
- $C_2$  : Capacité calorifique des parois lourdes.

Les tensions sur les trois noeuds représentent respectivement la température intérieure  $T_a$ , la température moyenne de la structure  $T_{st}$  et celle de l'extérieur  $T_{ex}$ .

Les comportements dynamique et statique du bâtiment représenté par le modèle ainsi défini peuvent être également caractérisés par cinq paramètres dynamiques. Ce sont :

- $R$  : Résistance globale du bâtiment  $R = 1 / G \cdot V$
- où  $G$  : Coefficient de déperdition volumique du bâtiment
- $V$  : Volume du bâtiment
- $T_1$  : Grande constante de temps
- $T_2$  : Petite constante de temps
- $a_q$  : Ressaut de la température intérieure dû à un échelon de puissance intérieure FCH
- $a_t$  : Ressaut de la température intérieure dû à un échelon de température extérieure  $T_{ex}$ .

Nous pouvons aussi décrire le modèle simplifié du bâtiment par la représentation d'état discret qui a la forme suivante :

$$\begin{cases} X(i+1) = A \cdot X(i) + B \cdot U(i) + B_1 \cdot W(i) \\ Y(i) = C \cdot X(i) \end{cases} \quad (11-12)$$

dans laquelle  $A$ ,  $B$ ,  $B_1$ , et  $C$  sont des matrices constantes.

$$\begin{aligned} X^T &= (T_a, T_{st}) & U^T &= (FCH, 0) \\ W^T &= (0, T_{ex}) & Y^T &= (T_a, T_{st}) \end{aligned}$$

où  $FCH$  : Flux de chauffage.

Ce modèle simplifié de bâtiment peut encore être représenté sous différents autres formalismes.

Les différents formalismes et les méthodes de calcul des différents paramètres ont été étudiés dans le rapport [FRAN.90].

Puisque l'étude de la commande optimale est basée directement sur l'utilisation d'un modèle discret, c'est donc le modèle de bâtiment représenté par l'équation (11-12) qui sera utilisé pour les études suivantes.

Nous présentons ci-après les caractéristiques du bâtiment utilisé et les paramètres du modèle.

Le bâtiment concerné est un bâtiment tertiaire d'isolation moyenne ( $G = 0,56 \text{ W/m}^3.k$ ), et d'inertie moyenne ( $250 \text{ kg/m}^2$ ). Il se compose de 48 bureaux ayant chacun une surface de  $25 \text{ m}^2$ . Le volume total du bâtiment est de  $4680 \text{ m}^3$ .

Les paramètres du modèle simplifié de bâtiment ont été obtenus par identification, à partir des résultats de simulation d'un modèle fin décrit dans l'environnement d'ASTEC [ACRE.89].

Les paramètres du modèle simplifié de bâtiment sont les suivants :

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,2158 & 0,7376 \\ 0,0295 & 0,9659 \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0307 \\ 0 \end{bmatrix} & B_1 &= \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0466 \\ 0,0045 \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Pour compenser l'influence de la température extérieure par la commande optimale proposée, nous décomposons en deux parties le modèle simplifié de bâtiment représenté par l'équation (11-12) puisque cette dernière est linéaire. Nous avons donc :

$$\begin{cases} X_1(i+1) = A \cdot X_1(i) + B \cdot U(i) \\ Y_1(i) = C \cdot X_1(i) \end{cases} \quad (11-13)$$

$$\begin{cases} X_2(i+1) = A \cdot X_2(i) + B \cdot U(i) + B_1 \cdot W(i) \\ Y_2(i) = C \cdot X_2(i) \end{cases} \quad (11-14)$$

L'équation (11-13) représente le modèle de bâtiment sans perturbation de la température extérieure ou avec une température extérieure égale à 0°C. L'équation (11-14) représente les influences de la température extérieure sur la température intérieure et celle de structure du bâtiment. Nous avons évidemment :

$$X(i) = \begin{bmatrix} T_a(i) \\ T_{st}(i) \end{bmatrix} = X_1(i) + X_2(i) = \begin{bmatrix} x_{11}(i) \\ x_{12}(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{21}(i) \\ x_{22}(i) \end{bmatrix} \quad (11-15)$$

et :

$$Y(i) = \begin{bmatrix} T_a(i) \\ T_{st}(i) \end{bmatrix} = Y_1(i) + Y_2(i) = \begin{bmatrix} y_{11}(i) \\ y_{12}(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_{21}(i) \\ y_{22}(i) \end{bmatrix} \quad (11-16)$$

La puissance maximum que peut fournir l'installation de chauffage est de 116 kW.

#### 11.4.2 - CALCUL DES PARAMETRES

La première étape de l'application de la commande optimale à un système de chauffage consiste à déterminer les paramètres du critère à minimiser et les paramètres de la commande.

##### 11.4.2.1 Paramètres du critère à minimiser

Le critère à minimiser par la commande est défini comme étant le suivant :

$$J = \sum_{i=1}^N \{ P_g \cdot e(i)^T \cdot Q \cdot e(i) + [U(i) - U_a]^T \cdot R \cdot [U(i) - U_a] \} \quad (11-17)$$

Le terme  $e(i)^T \cdot Q \cdot e(i)$  représente le coût du confort,

le terme  $[U(i) - U_a]^T \cdot R \cdot [U(i) - U_a]$  figure le coût de l'énergie,

et le paramètre  $P_g$  ajuste le rapport entre les poids de pondération de ces deux coûts à minimiser.

Il existe alors quatre paramètres à identifier :  $Q$ ,  $R$ ,  $P_g$  et  $U_a$ .

Le rapport entre  $P_g$ ,  $Q$  et  $R$  détermine la dynamique générale du système. Il faut donc, en premier lieu, choisir correctement ces valeurs. Afin de simplifier l'ajustement des coefficients de chaque matrice, nous fixons d'abord les valeurs de la matrice  $Q$  et de la matrice  $R$ . La détermination de la valeur de  $P_g$  est faite soit par simulation, soit par un moyen d'approximation que nous présenterons plus tard.

Deux valeurs différentes de la matrice  $Q$  sont utilisées pendant la période d'occupation. La première permet de pénaliser à la fois l'écart entre la température intérieure et sa consigne, ainsi que l'écart entre la température de structure et sa consigne. En effet, les courbes d'équiconfort ont des formes elliptiques et le coût du confort dépend du rapport grand axe-petit axe. Plus ce rapport des axes est proche de 1, plus il est coûteux de s'écarter de la valeur de consigne. Lorsque ce rapport est égal à 10, la matrice  $Q$  a la valeur suivante [IRCO.85] :

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0,41 \\ 0,41 & 0,18 \end{bmatrix}$$

En utilisant  $Q$  ainsi défini, on prend en compte une température équivalente résultant de la combinaison des températures d'air et de parois pour apprécier le coût du confort.

La seconde correspond à un critère de confort dépendant uniquement de la température intérieure, elle est égale à :

$$Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

En se basant sur le critère ci-dessus, nous bénéficions d'une économie plus importante, mais à un moindre confort.

Nous discuterons plus tard l'influence du paramètre  $Q$ .

Pendant la période d'inoccupation, la matrice  $Q$  est une matrice nulle puisque le confort dans cette période n'est plus nécessaire.

La matrice  $R$ , traduit la pénalisation des coûts de l'énergie.

Supposons que le prix d'un kW de puissance est égal à  $PE$ . Si la commande demande une action de puissance  $U$  (kW), le coût de l'énergie est égal à :  $PE \cdot U$ . Pour que le terme  $U^T \cdot R \cdot U$  puisse être le plus proche possible du coût réel  $PE \cdot U$ , la valeur de  $R$  est déterminée de la manière suivante :

Nous définissons  $U_m$  comme étant la puissance nécessaire pour maintenir le bâtiment à la température souhaitée, quand la température extérieure est égale à sa valeur moyenne sur la saison de chauffage. Nous supposons alors que :

$$U_m \cdot R \cdot U_m = PE \cdot U_m$$

cela conduit à :

$$R = PE / U_m \quad (11-18)$$

Cette équation implique que la pénalisation du coût de l'énergie du critère quadratique ( $U \cdot R \cdot U$ ) est la même que celle du critère linéaire ( $PE \cdot U$ ) lorsque la température extérieure est égale à sa valeur moyenne sur la saison de chauffage.



$U_m$  peut être calculé par l'équation suivante :

$$U_m = G \cdot V \cdot (T_c - T_{exm})$$

dans laquelle :

$T_c$  : Température de consigne  
 $T_{exm}$  : Température extérieure moyenne.

Dans le bâtiment étudié, si la température extérieure moyenne  $T_{exm}$  est égale à 6°C et le prix de l'électricité est de 0,58 F/kW, pour maintenir la température intérieure égale à celle de consigne, la puissance nécessaire est donnée par :

$$U_m = 0,5 \times 4680 \times (19-6) = 30,4 \text{ (kW)}$$

R est donc égal à :

$$R = PE / U_m = 0,58 / 30,4 = 0,019$$

L'autre paramètre à définir est  $U_a$ . Nous avons  $U_a = 0$  pour la période d'occupation. En ce qui concerne la période d'inoccupation, nous définissons  $U_a$  à partir de la puissance maximale de l'installation de chauffage  $U_{max}$ .

Pour que le générateur de chaleur puisse fonctionner à pleine puissance pendant la période d'inoccupation, nous imposons que :

$$(U_{max} - U_a) \cdot R \cdot (U_{max} - U_a) = PE \cdot U_{max}$$

Cette équation implique que lorsque l'installation de chauffage fonctionne à pleine puissance, le coût d'énergie obtenu à partir du critère quadriatique est égal au coût d'énergie réel.

cela conduit à :

$$U_a = U_{max} - \sqrt{U_{max} \cdot U_m} \quad (11-19)$$

Pour le système concerné,  $U_{max} = 116$  kW,  $U_m = 30,4$  kW, nous avons donc  $U_a = 56,6$  kW.

En ce qui concerne  $P_g$ , nous prendrons  $P_g = 15$  pour le système étudié. Nous discuterons plus tard de l'influence de la valeur de  $P_g$  sur la dynamique du système.

#### 11.4.2.2 - Paramètres de la commande

En utilisant les équations de la commande dans le chapitre précédant sur le système représenté par l'équation (11-12), la formule de la commande optimale pendant la période d'occupation peut s'exprimer par :

$$U_o(i) = -L \cdot X(i) + S \cdot Z + V \cdot P(i)$$

avec  $L = (l_1, l_2)$ ,  $S = (s_1, s_2)$ ,  $V = v$

Puisque dans notre cas, la consigne de la température intérieure et celle de la température de structure sont identiques, l'équation de la commande peut donc s'écrire :

$$U_o(i) = -l_1 \cdot T_a(i) - l_2 \cdot T_{st}(i) + s \cdot T_c + v \cdot T_{ex}(i) \quad (11-20)$$

dans laquelle :

$$s = s_1 + s_2$$

Les matrices  $L$ ,  $S$ , et  $V$  sont constantes, et peuvent être déterminées par les équations récurrentes (11-7). Pour le système concerné, elles ont pour valeurs :

$$L = (3,43 \quad 24,14) \quad s = 29,38 \quad v = -1,81$$

La commande optimale pendant la période d'occupation peut donc être représentée sous la forme suivante :

$$U_o(i) = -3,43 \cdot T_a(i) - 24,14 \cdot T_{st}(i) + 29,38 \cdot T_c - 1,81 \cdot T_{ex}(i) \quad (11-21)$$

En ce qui concerne la période d'inoccupation, les paramètres de commande ne sont plus constants et la valeur de  $U_a$  n'est plus nulle. Le vecteur de la commande devient donc :

$$U_{in}(i) = -L(i) \cdot X(i) + S(i) \cdot Z + H_{a2}'(i) \cdot U_a + V \cdot P(i)$$

soit :

$$\begin{aligned} U(i)_{in} = & -l_1(i) \cdot T_a(i) - l_2(i) \cdot T_{st}(i) + s(i) \cdot T_c \\ & + h_{a2}'(i) \cdot U_a + v(i) \cdot T_{ex}(i) \end{aligned} \quad (11-22)$$

Les suites des matrices  $L(i)$ ,  $S(i)$ ,  $H_{a2}'(i)$  et  $V(i)$  peuvent être calculées à partir des équations récurrentes (11-10), leurs valeurs sont exposées dans le tableau (11-1).

A chaque pas de temps de cette période, nous obtenons une grandeur de la commande  $U_{in}(i)$  par l'équation (11-22) en choisissant dans le tableau (11-1) les paramètres  $l_1(i)$ ,  $l_2(i)$ ,  $s(i)$ ,  $h_{a2}'(i)$  et  $v(i)$  correspondants. L'instant où la valeur de  $U_{in}(i)$  obtenue est égale ou supérieure à la puissance maximum d'installation correspond au début de la phase de préchauffage.

En changeant la consigne de température  $T_c$ , la même équation de la commande (11-21) peut être utilisée afin de calculer l'énergie nécessaire  $U_t$  pour maintenir la température minimale pendant la période d'inoccupation.

L'action de la commande  $U(i)$ , pendant la période d'inoccupation, peut être exprimée par l'expression suivante :

$$U(i) = \begin{cases} U_t & \text{si } U_{in} < U_{max} \\ U_{in} & \text{sinon.} \end{cases}$$

Pour réaliser la commande optimale décrite par les équations (11-21) et (11-22), il faut connaître les température intérieure et de structure du bâtiment. La température intérieure peut être mesurée facilement. Par contre, il est difficile de mesurer la température de structure. Dans le cas où cette dernière ne peut pas être obtenue expérimentalement, il est possible d'estimer celle-ci à l'aide d'un observateur.

i	$l_1$ (i)	$l_2$ (i)	s (i)	$h'_{a2}$ (i)	v (i)
50	0,13	3,46	5,55	0,50	1,60
49	0,13	3,53	5,63	0,50	1,60
48	0,14	3,61	5,71	0,50	1,61
47	0,14	3,68	5,79	0,50	1,61
46	0,14	3,76	5,87	0,51	1,62
45	0,15	3,84	5,96	0,51	1,62
44	0,15	3,92	6,05	0,51	1,63
43	0,15	4,00	6,14	0,51	1,63
42	0,16	4,09	6,23	0,51	1,64
41	0,16	4,18	6,33	0,51	1,64
40	0,16	4,27	6,43	0,52	1,64
39	0,17	4,36	6,53	0,52	1,65
38	0,17	4,46	6,64	0,52	1,65
37	0,17	4,56	6,75	0,52	1,66
36	0,18	4,66	6,86	0,53	1,66
35	0,18	4,77	6,97	0,53	1,66
34	0,19	4,88	7,09	0,53	1,67
33	0,19	5,00	7,22	0,53	1,67
32	0,19	5,12	7,34	0,54	1,68
31	0,20	5,24	7,48	0,54	1,68
30	0,20	5,37	7,61	0,55	1,68
29	0,21	5,50	7,75	0,55	1,69
28	0,21	5,64	7,90	0,55	1,69
27	0,22	5,78	8,05	0,56	1,69
26	0,23	5,93	8,21	0,56	1,69
25	0,23	6,09	8,37	0,57	1,70
24	0,24	6,25	8,54	0,57	1,70
23	0,24	6,41	8,72	0,58	1,70
22	0,25	6,59	8,90	0,59	1,70
21	0,26	6,77	9,09	0,59	1,70
20	0,26	6,96	9,29	0,60	1,70
19	0,27	7,16	9,49	0,61	1,71
18	0,28	7,36	9,71	0,61	1,71
17	0,29	7,58	9,93	0,62	1,71
16	0,30	7,81	10,17	0,63	1,71
15	0,31	8,04	10,41	0,64	1,72
14	0,31	8,29	10,67	0,65	1,72
13	0,32	8,55	10,94	0,66	1,72
12	0,34	8,83	11,22	0,67	1,72
11	0,35	9,12	11,52	0,68	1,72
10	0,36	9,42	11,83	0,70	1,73
9	0,37	9,75	12,17	0,71	1,73
8	0,38	10,09	12,52	0,72	1,73
7	0,40	10,45	12,89	0,74	1,73
6	0,41	10,84	13,28	0,76	1,73
5	0,43	11,25	13,70	0,77	1,73
4	0,44	11,69	14,15	0,79	1,73
3	0,46	12,21	14,68	0,81	1,73
2	0,50	13,00	15,50	0,82	1,74
1	0,69	15,16	17,79	0,79	1,76
0	3,43	24,14	29,38	0,82	1,81

Tableau 11.1

### 11.4.3 - ETUDES PAR SIMULATIONS

Pour étudier les comportements de la commande optimale proposée et les influences de divers facteurs intervenant, nous avons effectué une série de simulations en changeant les valeurs des paramètres concernés.

Toutes les simulations ont été réalisées pour une période allant du jeudi 16 heures au lundi 18 heures, ce qui inclue donc un jour de semaine et un week-end. Pour faciliter l'analyse, la température extérieure est considérée comme constante. Les consignes des températures intérieures  $T_{ac}$  et de structure  $T_{stc}$  sont de 19°C lors de la période d'occupation, et de 8°C lors de la période d'inoccupation. Le pas de temps de calcul pour la commande optimale est de 900 s (le même que celui utilisé pour l'identification du modèle de bâtiment).

#### 11.4.3.1 - Simulation 1 : Fonctionnement de la commande optimale

Cette simulation, nommée également simulation de référence, est effectuée dans les conditions suivantes :

- Puissance maximale de l'installation de chauffage : 116 kW
- Critère de confort avec des pondérations à la fois sur les températures intérieures et de structure
- Paramètre  $U_a = 56,6$  constant
- Paramètre  $P_a = 15$
- Température extérieure  $T_{ex} = 0^\circ\text{C}$ .

La figure (11-2) représente le scénario de la commande optimale du système de chauffage intermittent avec une nuit d'arrêt et un week-end d'arrêt :

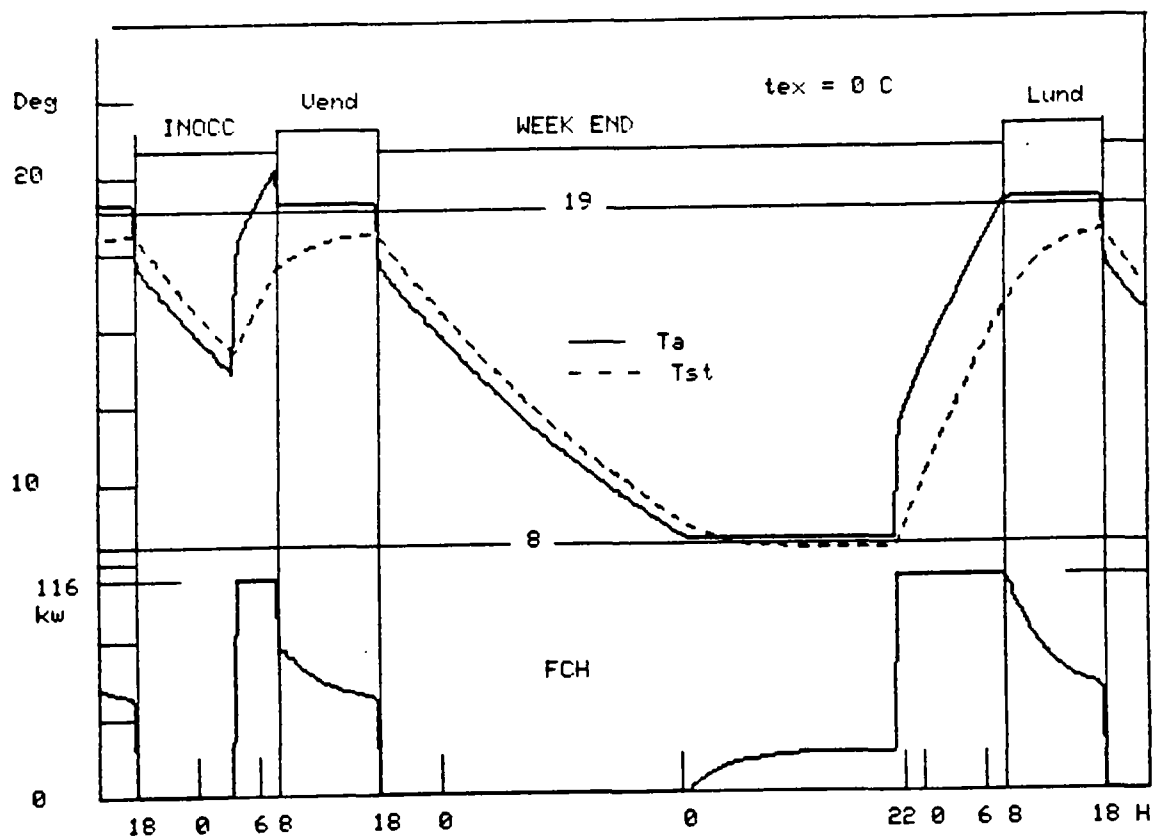


Figure 11-2 : Scénario de la commande optimale

Nous constatons que pendant la période d'inoccupation, le générateur de chaleur est relancé, tant après la nuit d'arrêt qu'après le week-end d'arrêt, à pleine puissance jusqu'au début de la période d'occupation afin de réchauffer le plus rapidement possible le bâtiment.

Après la nuit d'arrêt, on constate que la température intérieure à la fin de la période d'inoccupation est légèrement plus élevée que la consigne ( $19^{\circ}\text{C}$ ). La température de structure est elle légèrement inférieure à sa consigne. En effet, la commande essaie d'amener la température de structure à  $19^{\circ}\text{C}$  en surchauffant l'ambiance car la température de consigne est de  $19^{\circ}\text{C}$  pour les deux. Cependant cette surchauffe de l'air est très limitée puisque la commande cherche le meilleur compromis entre le confort et l'économie. Nous obtenons donc un bon confort au début de la période d'occupation dans le bâtiment et une bonne économie d'énergie.

Dans le cas de l'arrêt lors du week-end, la température intérieure atteint  $19^{\circ}\text{C}$  à la fin de la période d'inoccupation, alors que la température de structure est inférieure à celle correspondant à la nuit d'arrêt. Cependant cette température permet un confort acceptable. Nous verrons plus tard que ce comportement peut être amélioré soit par le changement de la valeur  $U_a$  (voir section 11.4.3.6), soit par la méthode d'auto-régulation (voir chapitre 12).

Pendant la période d'occupation, la commande maintient la température intérieure légèrement supérieure à  $19^{\circ}\text{C}$  et la température de structure augmente progressivement vers sa valeur de consigne. La puissance de chauffage, par contre, diminue progressivement. Le niveau de confort est donc amélioré sans qu'il y ait besoin de consommer davantage d'énergie. On obtient donc un compromis parfait.

Nous constatons également que la commande peut parfaitement maintenir une température minimale pendant la période d'inoccupation. Cela est le cas pendant un week-end d'arrêt.

A partir de ces résultats de simulation, on conclut donc que la commande optimale peut prévoir correctement la durée de préchauffage et déterminer un scénario "optimal" pendant la période d'inoccupation. Elle peut aussi maintenir la température du bâtiment à sa valeur souhaitée pendant la période d'occupation.

#### 11.4.3.2 - Simulation 2 : Influence du paramètre pénalisant $P_g$

Le comportement dynamique du système est déterminé par le rapport entre la matrice  $P_g \cdot Q$  et la matrice  $R$ . Puisque nous avons déjà fixé les valeurs de la matrice  $Q$  et celles de la matrice  $R$ , ce rapport est décidé uniquement par la valeur de  $P_g$ . Cette dernière jouant un rôle primordial sur la dynamique du système, il faut donc l'ajuster correctement.

Les figures (11-3) et (11-4) présentent les résultats des simulations effectuées dans les mêmes conditions que celles de la simulation de référence, à l'exception du paramètre  $P_g$ .

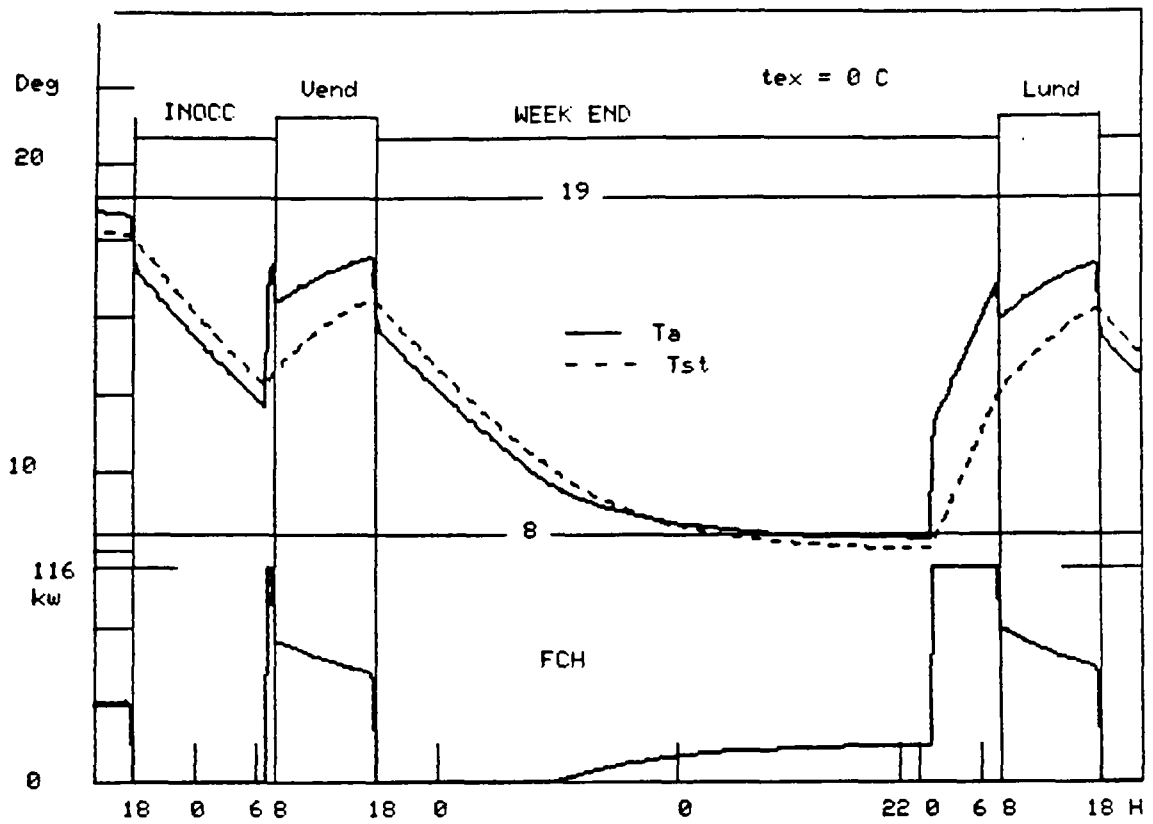


Figure 11-3 : Commande optimale :  $P_g = 1$

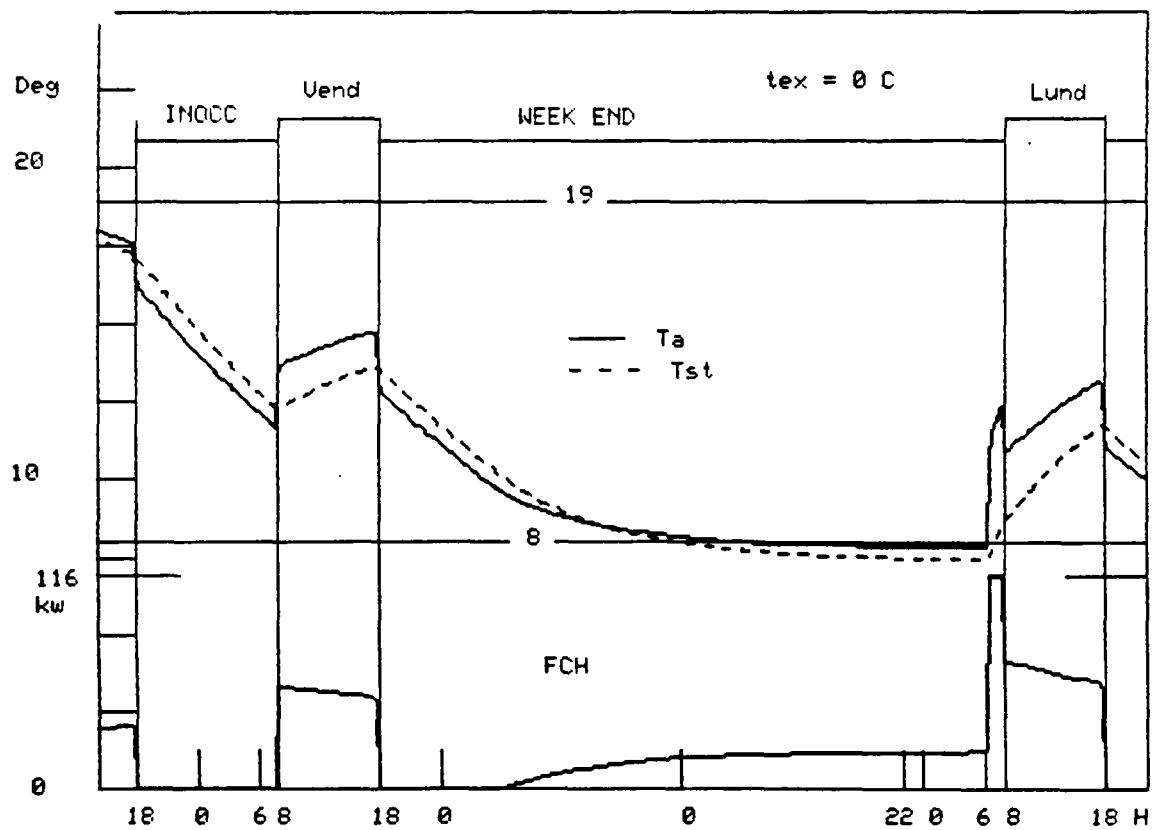


Figure 11-4 : Commande optimale :  $P_g = 0,5$

La figure (11-3) nous montre le scénario de commande optimale obtenu lorsque la valeur de  $P_g$  est égale à 1, c'est-à-dire quand cette valeur est quinze fois plus faible que celle correspondant à la simulation de référence. Nous constatons alors que la commande optimale prévoit une durée de préchauffage inférieure à celle obtenue dans la simulation de référence. Cette prévision sous-estimée fait que la température intérieure ne peut pas atteindre la consigne au début de la période d'occupation, et que la température de structure est sensiblement inférieure à 19°C. Par ailleurs, pendant la période d'occupation, la température intérieure n'arrive jamais à atteindre sa valeur de consigne, et la température de structure ne dépasse pas 15°C. Nous remarquons par ailleurs que la commande maintient mal la température minimale pendant la période d'inoccupation.

Cette dégradation de la caractéristique dynamique du système est due à la trop grande pénalisation du coût de l'énergie par rapport au confort.

Pour  $P_g = 0,5$  (valeur trente fois plus faible que celle correspondant à la simulation de référence), le résultat est encore plus prononcé. La commande ne peut même pas prévoir la durée de préchauffage lors d'un arrêt nocturne (figure 11-4).

Au contraire, si la valeur de  $P_g$  est dix fois plus grande ( $P_g = 150$ ), les températures intérieure et de structure, pendant la période d'occupation, sont plus élevées (figure 11-5) que celles correspondant à la simulation de référence, puisque dans ce cas, le confort est privilégié. On obtient donc un meilleur confort, mais au prix d'une consommation d'énergie plus importante. Par contre, peu de différences entre les durées de préchauffage apparaissent.

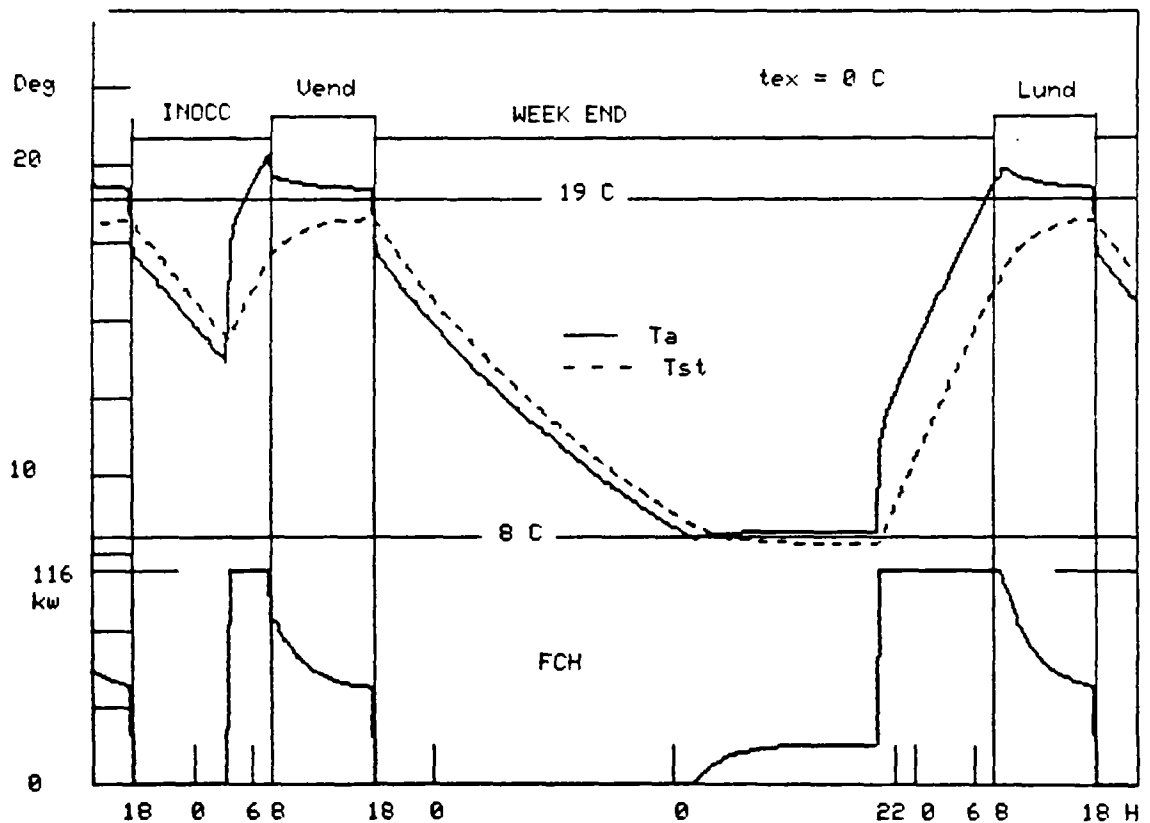


Figure 11-5 : Commande optimal :  $P_g = 150$

Le moyen le plus fiable pour déterminer la valeur du paramètre  $P_g$  consiste à l'ajuster par simulations. Autrement dit nous effectuons des simulations en modifiant la valeur de  $P_g$  jusqu'à obtenir un comportement dynamique satisfaisant.

Mais l'inconvénient de cette méthode est que le processus de simulations n'est pas toujours facile à réaliser. Il nécessite des connaissances spécifiques.

Pour des applications d'utilisation pratiques, nous proposons ci-après une méthode simple de détermination du paramètre  $P_g$ .

Nous re-écrivons la formule de la commande optimale sous la forme suivante :

$$U_o(i) = -l_1 \cdot T_a(i) - l_2 \cdot T_{st}(i) + s \cdot T_c + v \cdot T_{ex}(i)$$

En examinant cette équation, nous pouvons constater que la vitesse de réaction du système est déterminée par les paramètres  $l_1$  et  $l_2$ . En effet, lorsqu'il existe des variations de la température intérieure et de la température de structure, représentées respectivement par  $\Delta T_a$  et  $\Delta T_{st}$ , la puissance  $\Delta U$  demandée par la commande pour compenser ces variations est égale à :

$$\Delta U = -l_1 \cdot \Delta T_a - l_2 \cdot \Delta T_{st}$$

Pour les mêmes variations de  $\Delta T_a$  et  $\Delta T_{st}$ , la valeur de  $\Delta U$  est donc d'autant plus grande que les valeurs de  $l_1$  et  $l_2$  sont grandes. En conséquence, la vitesse de réaction du système est contrôlée par les valeurs des paramètres  $l_1$  et  $l_2$ .

De plus, si on examine de près l'équation de commande (11-21), on constate que cette dernière peut s'écrire comme la formule suivante :

$$U_o(i) = -3,43 [T_a(i) - T_c] - 24,4 [T_{st}(i) - T_c] - 1,81 [T_{ex}(i) - T_c]$$

En comparant ces phénomènes avec une régulation classique de type PI, on retrouve ici la notion d'action proportionnelle. Les paramètres  $l_1$  et  $l_2$  ont donc la même fonction que celle du terme proportionnel  $P$  dans la régulation PI. Il est donc tout à fait raisonnable de supposer que pour obtenir un bon comportement dynamique de la commande les valeurs des paramètres de la commande optimale  $l_1$  et  $l_2$  doivent être égales ou proches de celle du paramètre  $P$  choisi pour la régulation PI.

D'autre part, les valeurs de  $l_1$  et  $l_2$  sont reliées directement au paramètre  $P_g$ . Plus la valeur de  $P_g$  sera grande, plus celles de  $l_1$  et  $l_2$  seront importantes. Ce fait nous permet finalement de déterminer approximativement la valeur de  $P_g$  sans effectuer de simulation.

En effet, en choisissant la température à régler (la température intérieure ou la température de structure), on peut déterminer deux valeurs des paramètres  $P$  correspondants, lorsque le modèle du système qui donne accès aux constantes de temps est connu. Nous pouvons aussi obtenir les paramètres de la commande  $l_1$  et  $l_2$  à partir de l'équation (11-7) en affectant arbitrairement la valeur de  $P_g$ . Nous comparons alors les valeurs de  $l_1$  ou  $l_2$  calculées avec celle du paramètre proportionnel  $P$  correspondant. Si  $l_1$  ou  $l_2$  est supérieur à  $P$ , cela signifie que le système aura éventuellement une vitesse de réaction trop forte, et qu'il convient donc de diminuer  $P_g$ . Par contre, lorsque  $l_1$  ou  $l_2$  est inférieur au paramètre  $P$  correspondant, on doit augmenter  $P_g$ . En répétant le même processus jusqu'à ce que les paramètres  $l_1$  ou  $l_2$  soient égaux au paramètre  $P$ , nous obtenons, sans faire de simulation, la valeur de  $P_g$ .



### 11.4.3.3 - Simulation 3 : Influence de la puissance maximale de l'installation de chauffage

La puissance maximale de l'installation de chauffage influe sur la vitesse de remise en température du bâtiment. Si la puissance disponible de l'installation de chauffage est élevée, le bâtiment peut être ramené plus rapidement à la température souhaitée au début de la période d'occupation, la durée de préchauffage est donc plus courte. Par contre, si l'installation de chauffage ne dispose que d'une faible puissance, la durée de préchauffage sera plus longue.

Dans la stratégie de commande optimale, la puissance maximale de l'installation de chauffage est prise en compte par le terme  $U_a$  dans le critère à minimiser. La valeur de  $U_a$  est modifiée selon la puissance maximale. Si cette dernière est plus grande, la valeur de  $U_a$  doit être également plus grande. Par conséquent, la pénalisation d'énergie est plus petite et l'amplitude d'action demandée par la commande sera donc plus grande. Si la puissance maximale est plus petite, c'est l'inverse qui se produit.

La figure (11-6) correspond à la situation d'une puissance maximale de 140 kW et d'une température extérieure de 0°C. A partir de l'équation (11-19), on obtient alors une valeur de  $U_a$  égale à 74,4 kW. Dans ces conditions, le résultat de la simulation montre que la durée de préchauffage est plus courte (3 h pour une nuit d'arrêt et 9,75 h pour un week-end d'arrêt) que celle résultant de la simulation de référence (respectivement 4 h et 10,25 h), où la puissance maximale était moins grande. Cependant les températures intérieure et de structure peuvent atteindre les valeurs souhaitées à la fin de la période d'inoccupation.

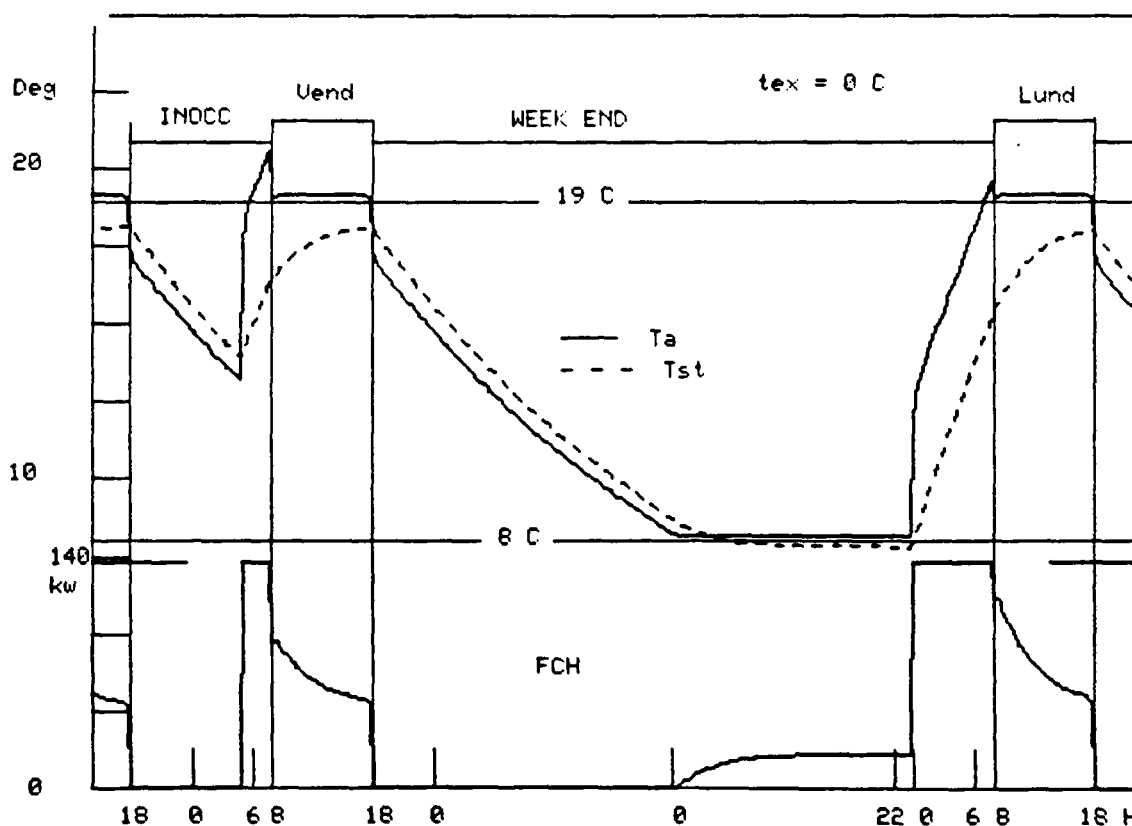


Figure 11-6 : Commande optimale :  $P_{\max} = 140 \text{ kW}$

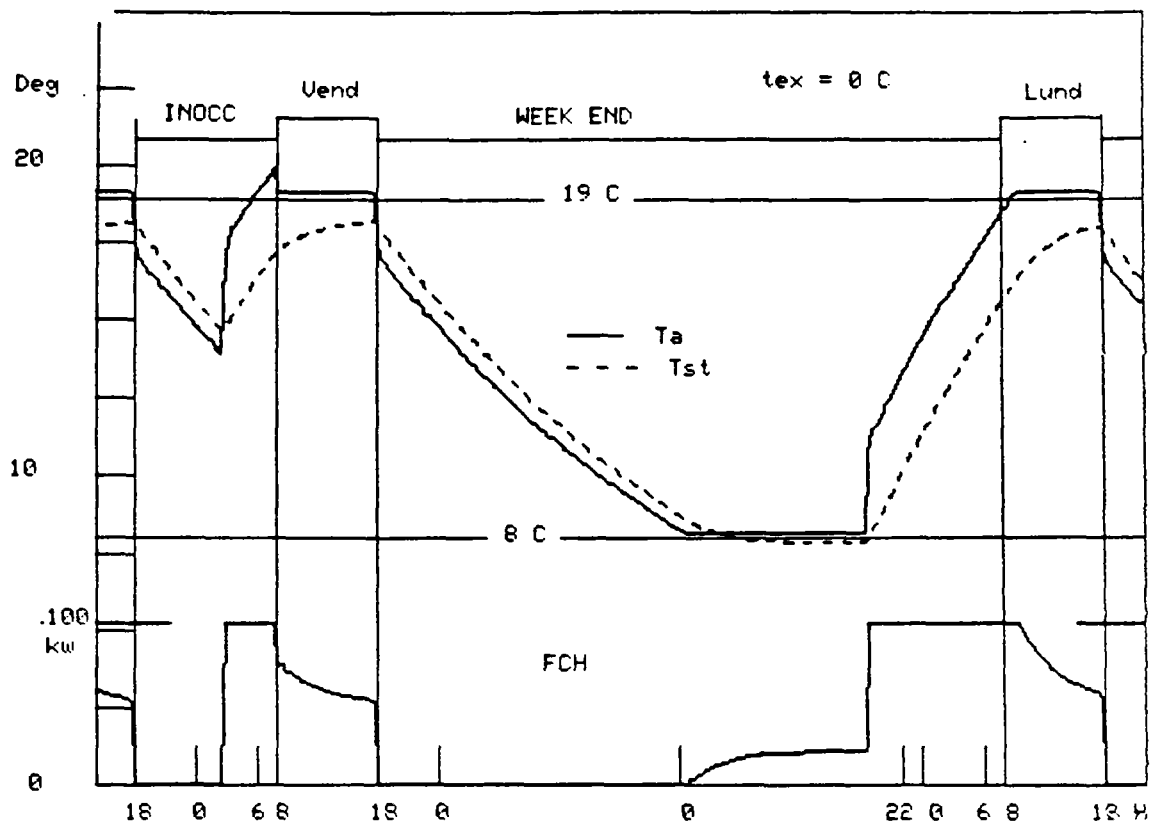


Figure 11-7 : Commande optimale :  $P_{\max} = 100 \text{ kW}$

La figure (11-7) correspond au cas où la puissance maximale est de 100 kW. La durée de préchauffage est alors plus longue (5 h pour une nuit d'arrêt et 14,75 h pour un week-end d'arrêt) car la puissance maximale est plus faible. Nous constatons que les températures intérieure et de structure sont moins élevées que celles obtenues dans la simulation de référence. Ceci est encore plus marqué dans le cas d'un arrêt en week-end. Pourtant nous avons un confort acceptable.

Il en résulte donc qu'en utilisant la valeur de  $U_a$  obtenue à partir de l'équation (11-19), la commande optimale peut ajuster correctement l'heure de préchauffage selon la puissance maximale de l'installation de chauffage et assurer un bon niveau de confort. Il faut noter que l'équation (11-19) pour le calcul de la valeur de  $U_a$  n'est pas justifiée théoriquement, et que la valeur de  $U_a$  calculée à partir de cette équation n'est donc pas tout à fait "optimale". Nous pouvons évidemment améliorer le degré de confort soit en modifiant la valeur de  $U_a$  selon les résultats des simulations (un exemple sera donné dans la simulation 6), soit en utilisant la méthode d'auto réglage proposée dans le chapitre suivant.

Il convient de noter que les paramètres de la commande  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $s$ ,  $h_{a2}'$  et  $v$  dans l'expression (11-20) obtenus par l'équation récurrente ne se modifient pas lorsque la valeur de  $U_a$  est changée.

D'autre part, le changement de puissance maximale de l'installation de chauffage n'a pas de conséquence sur le calcul de la commande optimale pendant la période d'occupation, puisque pendant cette période,  $U_a$  est toujours égal à 0.

#### 11.4.3.4 - Simulation 4 : Intérêt de la compensation des perturbations mesurables

La commande optimale proposée permet de compenser les perturbations mesurables. Dans le cas d'un système de chauffage de bâtiment, les perturbations mesurables sont la température extérieure et les apports gratuits (internes, solaires, etc...). Ici, seule l'influence de la température extérieure est prise en compte. Dans le calcul de la commande optimale, cette influence est compensée par le terme  $[v(i) \cdot T_{ex}]$  (voir équations 11-20 et 11-22).

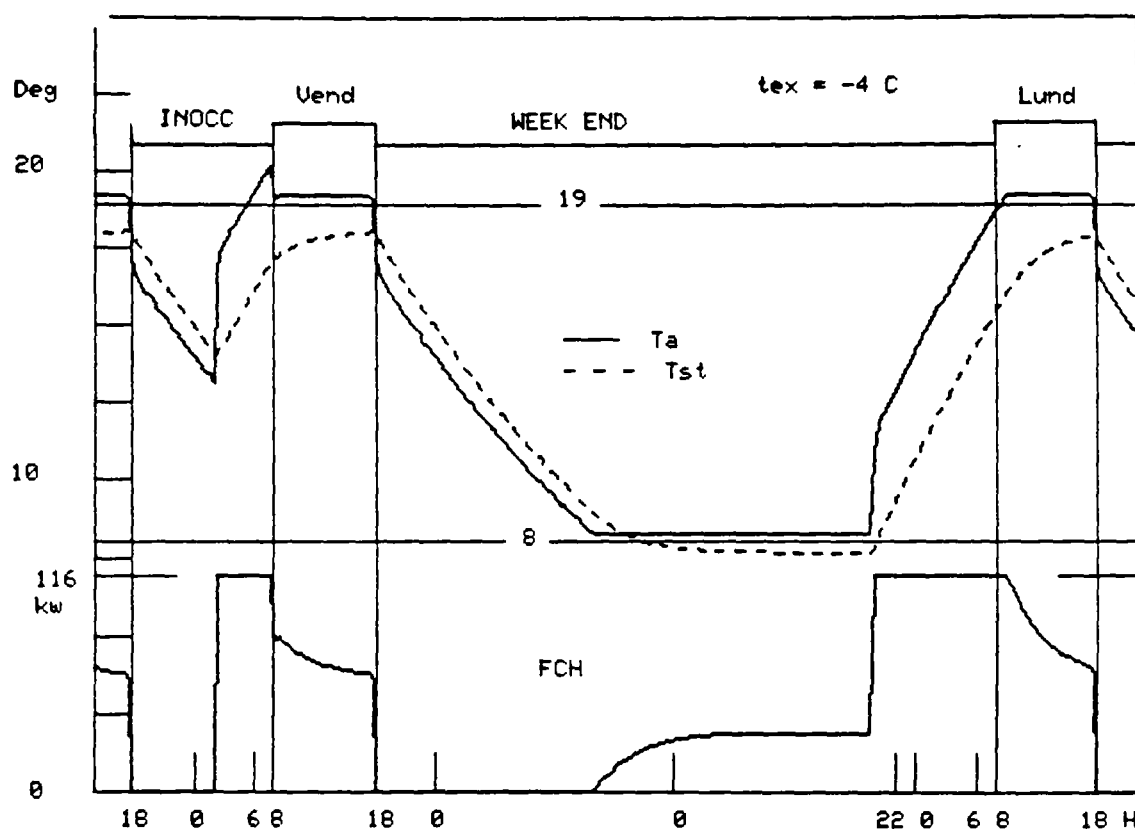


Figure 11-8 : Commande optimale avec compensation de la température extérieure :  $T_{ex} = -4^{\circ}\text{C}$

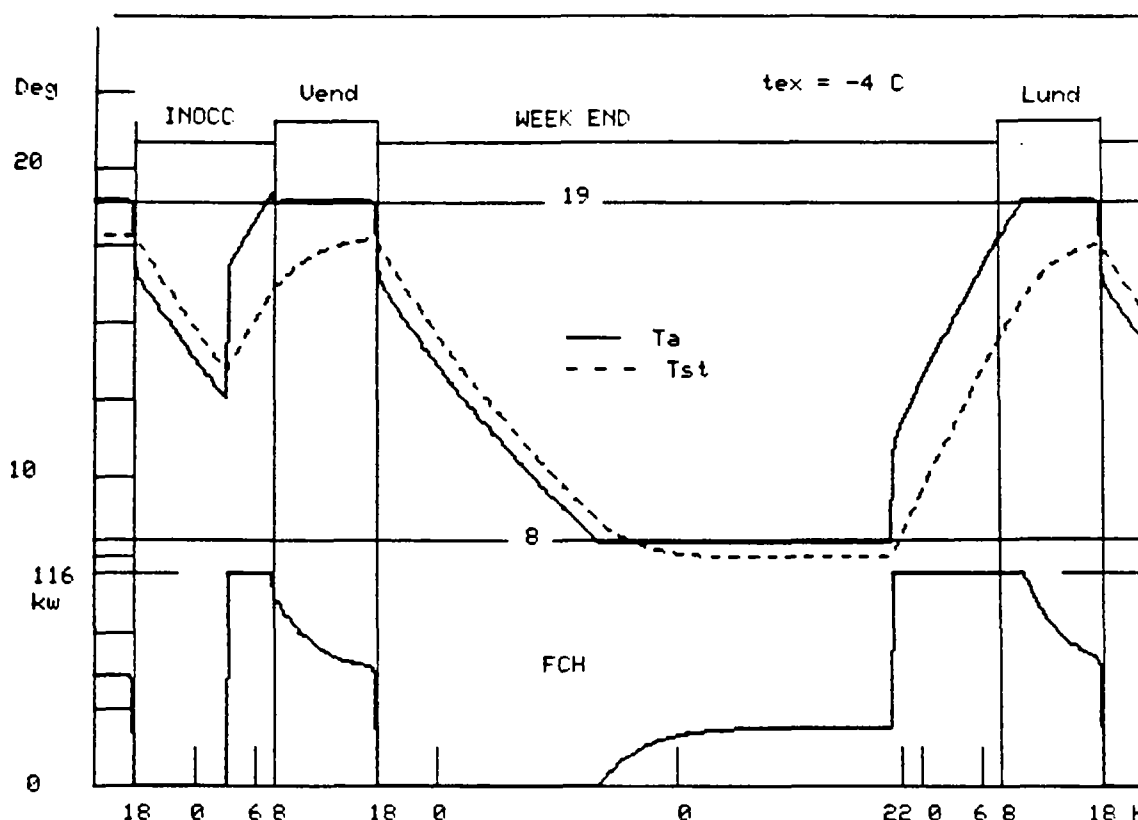


Figure 11-9 : Commande optimale sans compensation de la température extérieure :  
 $T_{ex} = -4^{\circ}\text{C}$

Les figures (11-8) et (11-9) correspondent aux scénarios de la commande optimale avec une température extérieure constante de  $-4^{\circ}\text{C}$ .

La figure (11-8) correspond à la commande avec compensation de la température extérieure. Nous constatons que la durée de préchauffage déterminée par la commande est plus longue que celle déterminée dans le cas où la température extérieure est égale à  $0^{\circ}\text{C}$ . Pour une nuit d'arrêt, la durée de préchauffage est parfaite, la température intérieure atteignant  $19,7^{\circ}\text{C}$  à la fin de la période d'inoccupation. Pour un week-end d'arrêt, la durée de préchauffage est légèrement insuffisante, la température atteignant à peine celle de consigne ( $18,8^{\circ}\text{C}$ ).

Par contre, pour la commande optimale sans compensation de la température extérieure (figure 11-9), le générateur de chaleur est relancé presque à la même heure que celle déterminée dans le cas où la température extérieure est de  $0^{\circ}\text{C}$ . La durée de préchauffage n'est donc pas suffisante. Nous remarquons alors que la température intérieure atteint à peine  $19^{\circ}\text{C}$  après une nuit d'arrêt, alors qu'elle n'est que de  $17,5^{\circ}\text{C}$  après un week-end d'arrêt.

Pendant la période d'occupation, on obtient, par la commande avec compensation des perturbations, une température intérieure plus élevée ( $19,3^{\circ}\text{C}$ ) que celle obtenue par la commande sans compensation ( $19,0^{\circ}\text{C}$ ).

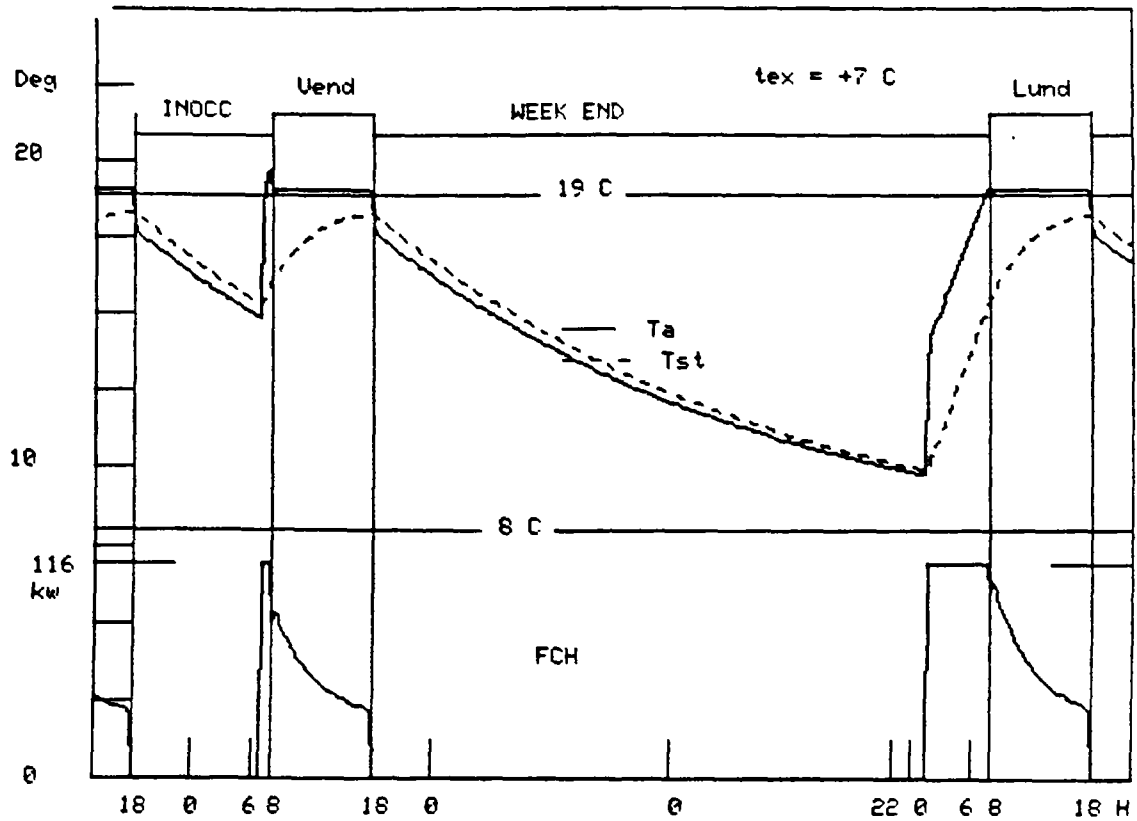


Figure 11-10 : Commande optimale avec compensation de la température extérieure :  $T_{ex} = 7^{\circ}\text{C}$

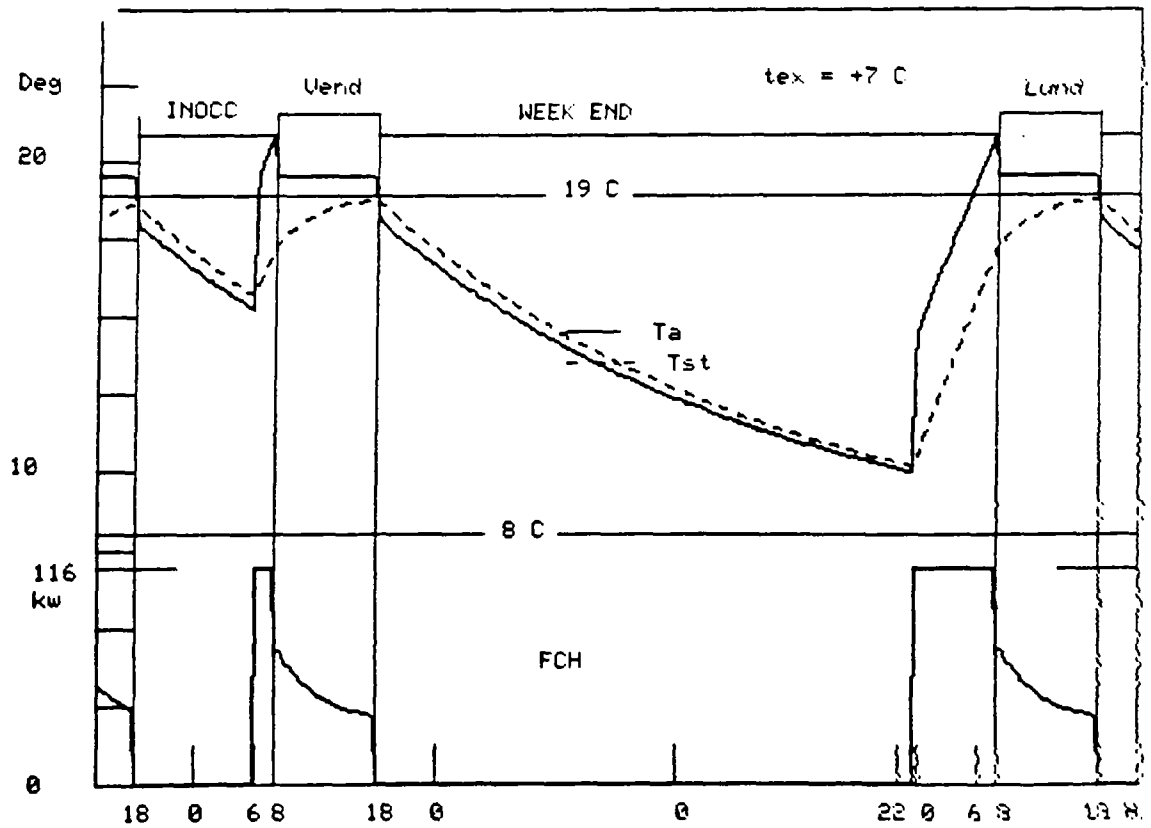


Figure 11-11 : Commande optimale sans compensation de la température extérieure :  $T_{ex} = 7^{\circ}\text{C}$

Les figures (11-10) et (11-11) représentent les scénarios de la commande pour une température extérieure de 7°C. Dans le cas de la commande avec compensation de la température extérieure (figure 11-10), les évolutions des température intérieure et de structure sont sensiblement les mêmes que celles de la simulation de référence. Il existe toujours un très bon niveau de confort, alors une excellente économie est aussi réalisée. Par contre, pour la commande sans compensation (figure 11-11), la température intérieure est nettement plus élevée (19,7°C) que celle de la consigne pendant la période d'occupation. Dans ce cas, le confort est assuré au détriment de l'économie d'énergie.

Les résultats des simulation illustrent donc l'efficacité de la structure de commande destinée à la compensation des perturbations mesurables. Cette méthode peut être également utilisée pour compenser les influences des apports solaires dès lors que ces derniers sont mesurés sur place.

#### 11.4.3.5 - Simulation 5 : Influence du critère de confort

Le critère de confort dans toutes les simulations effectuées ci-dessus dépend à la fois de la température intérieure et de la température de structure. Cela explique pourquoi la température intérieure est, dans la plupart des cas, supérieure à 19°C, car la commande optimale tend à augmenter, en surchauffant l'air, la température de structure jusqu'à ce qu'elle atteigne sa valeur de consigne.

La situation est différente si l'on prend un critère de confort qui ne dépende que de la température intérieure, c'est-à-dire :

$$Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La figure (11-12) représente le résultat de la simulation à partir de ce critère, pour une température extérieure de 0°C.

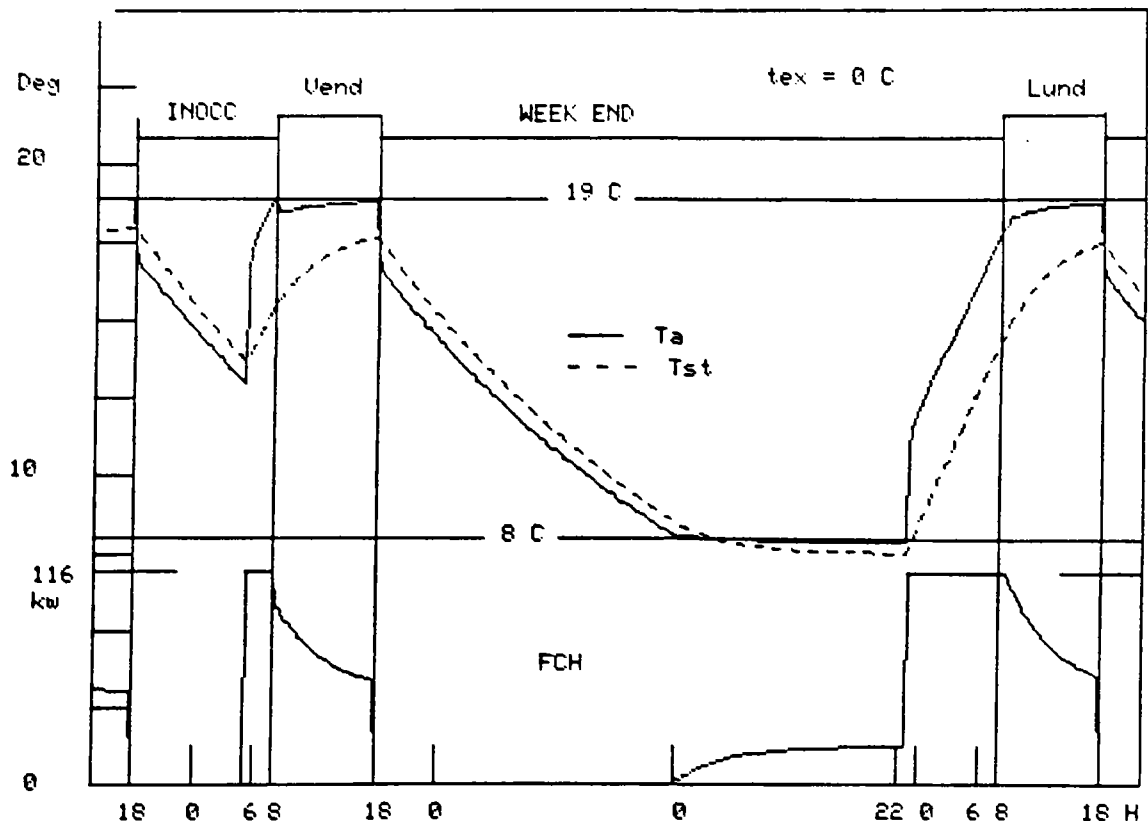


Figure 11-12 : Commande optimale : confort air  $T_{ex} = 0^\circ\text{C}$

Nous constatons alors que la température intérieure à la fin de la période d'inoccupation, au lieu de dépasser celle de la consigne comme dans la simulation de référence, demeure inférieure ou égale à 19°C, puisque l'écart vis-à-vis de la température de structure n'a plus d'importance. En conséquence, la durée de préchauffage est plus courte.

Il est intéressant de noter que pendant toute la période d'occupation la température intérieure est légèrement inférieure à celle de consigne. En effet, la commande optimale proposée établit le meilleur compromis possible entre confort et économie d'énergie. Elle essaie donc d'économiser le maximum d'énergie en écartant légèrement la température d'air de celle de consigne. Mais elle maintient toujours un confort acceptable.

La figure (11-13) illustre le scénario de la commande avec le même critère de confort, mais avec une température extérieure de  $-4^{\circ}\text{C}$ .

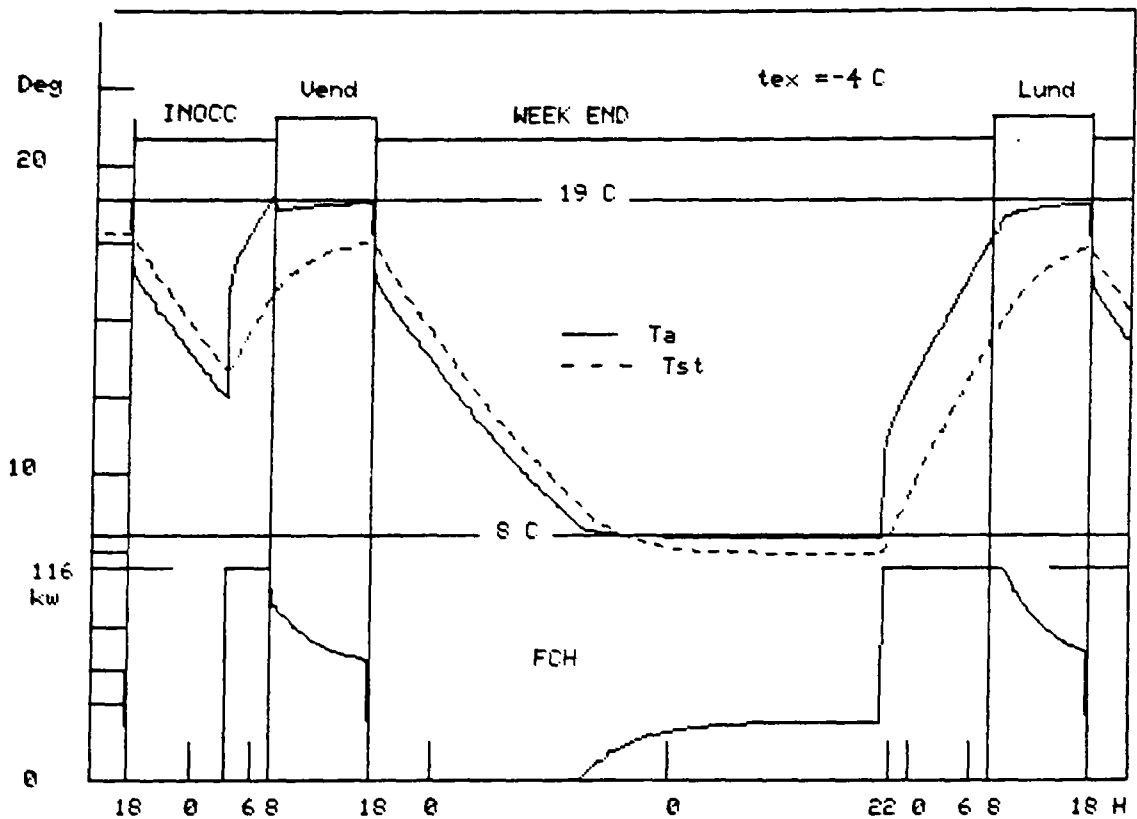


Figure 11-13 : Commande optimale : confort air  $T_{ex} = -4^{\circ}\text{C}$

Dans ce cas, les durées de préchauffage sont plus longues que celles obtenues dans la simulation précédente. Mais les températures intérieures dans ces deux cas ont les mêmes valeurs pendant la période d'occupation. Nous retrouvons ici l'efficacité de la commande vis-à-vis de la compensation de la température extérieure.

#### 11.4.3.6 - Simulation 6 : Amélioration pour une longue durée d'arrêt

A partir des simulation effectuées, nous remarquons qu'après un week-end d'arrêt de chauffage les températures intérieure et de structure au début de la période d'occupation, sont souvent inférieures à celles correspondant à la situation d'une nuit d'arrêt. Cet écart est lié au principe de la commande proposée.

En effet, lorsqu'on résoud le problème d'optimisation avec les contraintes, nous avons remplacé le critère quadratique à minimiser par une autre formule représentée dans l'équation (10-38). En jouant sur la valeur du paramètre  $U_a$ , nous pouvons limiter l'amplitude de la commande. Nous avons proposé par ailleurs une formule permettant de calculer  $U_a$ . Cependant cette formule est issue de résultats de simulations, elle ne peut donc donner qu'une valeur approximative. Par conséquent, on ne peut éviter totalement que la puissance maximale demandée par la commande soit supérieure à sa valeur maximale.

Dans les simulations effectuées précédemment, lorsque la commande exigeait une puissance plus forte que la puissance maximale disponible, cette puissance maximale remplaçait la puissance demandée. Dans cette situation, l'échauffement du bâtiment était donc insuffisant. Dans le cas d'une nuit d'arrêt, la durée de préchauffage étant relativement courte, cette insuffisance était pratiquement sans conséquence. Les températures pouvaient alors atteindre les valeurs souhaitées. Mais lorsque ce phénomène dure trop longtemps (comme c'est le cas après un week-end d'arrêt), l'insuffisance d'énergie devient alors trop importante et les températures risquent de ne pas pouvoir atteindre les valeurs de consigne.

Une façon simple de corriger cet état de fait consiste à augmenter la valeur de  $U_a$  dans le critère à minimiser pour l'arrêt d'un week-end. Autrement dit, nous calculons, à partir de l'équation (11-19),  $U_a$  pour une nuit d'arrêt. Au lieu d'utiliser cette valeur pour l'arrêt d'un week-end, nous prenons une valeur de  $U_a$  plus grande. Cela signifie que la durée de préchauffage déterminée par la commande sera plus longue. Nous pouvons ainsi éviter le sous-échauffement du bâtiment au début de la période d'occupation.

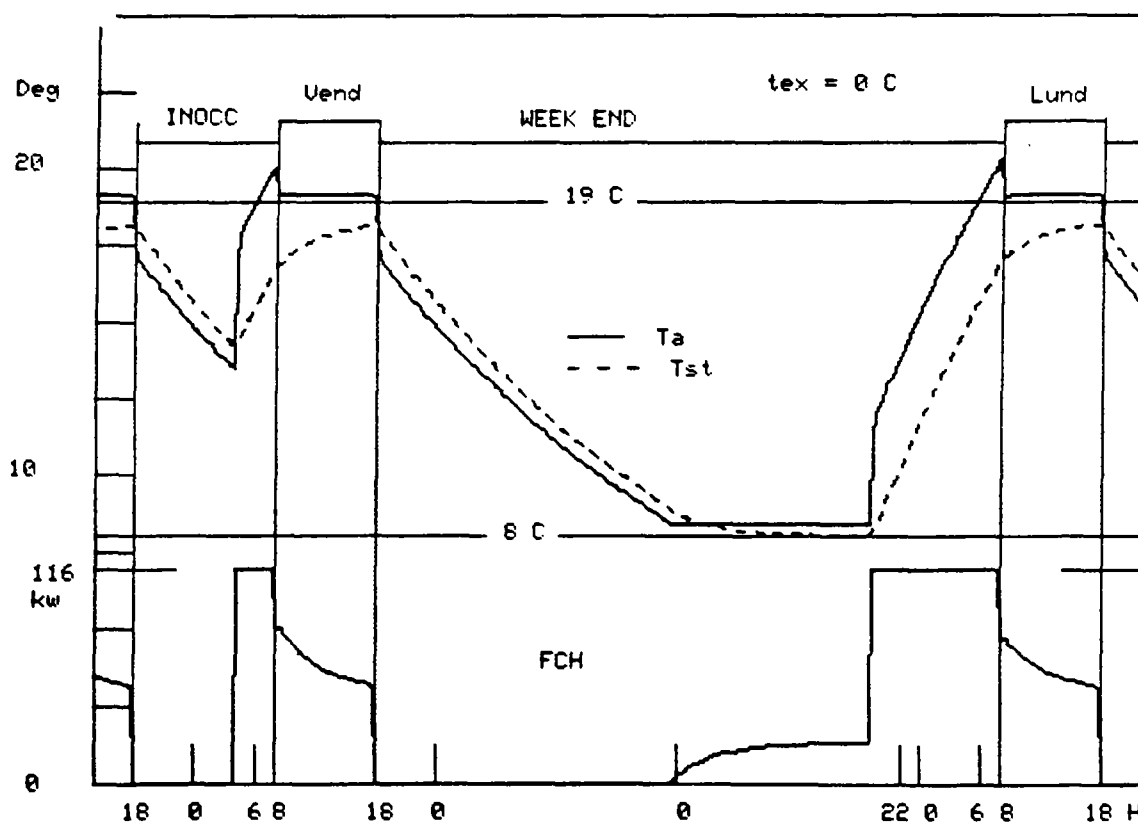


Figure 11-14 : Commande optimale avec changement de  $U_a$



La figure (11-14) montre le résultat de la simulation effectuée dans les mêmes conditions que celles prises en compte dans la simulation de référence, sauf que le terme  $U_a$  est plus grand pendant la période d'inoccupation d'un week-end ( $U_a$  vaut 77 kW pour un week-end d'arrêt et 56,6 kW pour d'une nuit d'arrêt). Par rapport à la simulation de référence, le générateur est relancé deux heures plus tôt pour un week-end d'arrêt et les températures intérieure et de structure sont donc plus élevées à la fin de ce week-end (la température intérieure est de 20,2°C et la température de structure est de 17,8°C). Le confort est donc amélioré.

Mais l'inconvénient de moduler les valeur du paramètre  $U_a$  c'est qu'il faut calculer davantage de paramètres sans pour cela posséder des moyens rigoureux pour y parvenir. La méthode que nous avons utilisée consiste à calculer d'abord un  $U_a$  à partir de l'équation (11-19) qui sert pour la commande d'une nuit d'arrêt. Nous augmentons ensuite  $U_a$  pour un week-end d'arrêt, et après une série de choix arbitraires et de simulations, la valeur de  $U_a$  la plus propice est retenue.

Dans le chapitre suivant, nous proposerons une méthode d'auto-réglage qui aura pour objet de compenser les écarts du modèle du système, ce qui permettra également de rendre la commande moins sensible à  $U_a$ . Cela simplifiera la détermination de la valeur de  $U_a$  et évitera les simulations complémentaires.

#### 11.4.3.7 - Simulation 7 : Comparaison avec la commande classique pour une saison de chauffage

Pour évaluer les économies apportées au système de chauffage intermittent par la commande optimale proposée, nous avons comparé les résultats des simulations de la commande optimale avec ceux d'une gestion simple de l'intermittence. Cette dernière implique l'emploi d'un équipement comprenant une horloge qui permet pendant la période d'inoccupation de relancer le chauffage à heure fixe, et d'un régulateur de type PI pour contrôler les températures du bâtiment pendant la période d'occupation et pour maintenir la température minimale dans le bâtiment pendant la période d'inoccupation.

Les simulations ont été effectuées sur une saison de chauffage allant du 26 Septembre au 24 Avril. La température extérieure provient d'un fichier climatique dont les données sont celles de la région parisienne.

Nous supposons dans les deux cas que le chauffage correspond à un flux instantané injecté directement dans le bâtiment et que sa puissance maximale est de 116 kW. Le bâtiment modélisé est le même que celui utilisé dans la simulation de référence.

En ce qui concerne la commande optimale, le critère de confort dépend uniquement de la température intérieure pour que les comparaisons avec le programmeur simple soit effectuées dans les mêmes conditions, puisque ce programmeur ne tient pas compte de la température de structure. Tous les autres paramètres de la commande sont pris identiques à ceux de la simulation de référence.

La simulation de la gestion simple de l'intermittence est faite dans les mêmes conditions (le même bâtiment et la même température extérieure) que celles de la simulation avec commande optimale. La durée de préchauffage est fixée à 13 heures pour un week-end d'arrêt, et à 5 heures et demie pour une nuit d'arrêt. Ces valeurs sont figées pour toute la saison de chauffage. Ces durées de préchauffage sont obtenues à partir des résultats de la commande optimale dans des conditions de température extérieure constante égale à la température moyenne journalière minimale, c'est-à-dire - 4°C (voir la figure 11-13).

La figure (11-15) représente l'histogramme de la température intérieure dans le cas où l'on utilise la commande optimale. La température moyenne est de 19,08°C, comprise entre un maximum de 19,28°C et un minimum de 18,43°C. On constate que le confort est parfaitement assuré, et qu'il n'existe pratiquement pas de surchauffe dans le bâtiment pendant toute la saison de chauffage, ce qui permet de réaliser une économie importante.

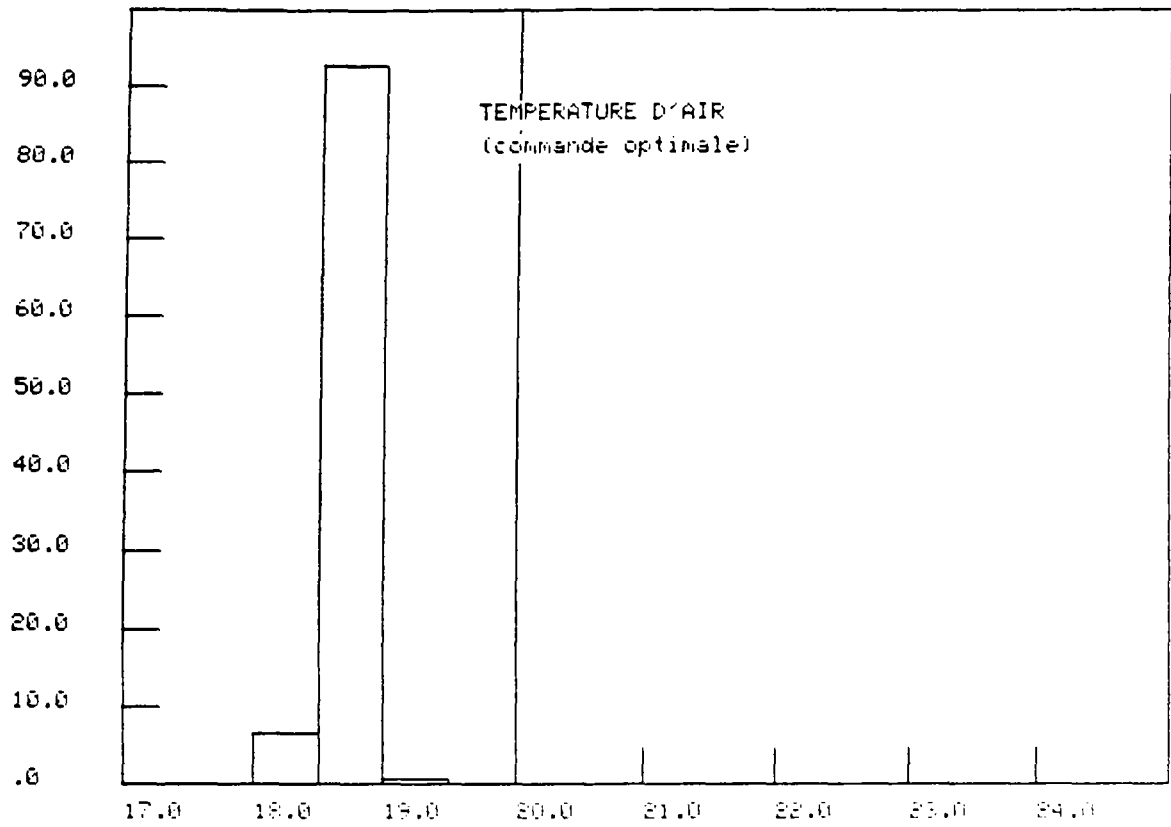


Figure 11-15 : Commande optimale : température Intérieure

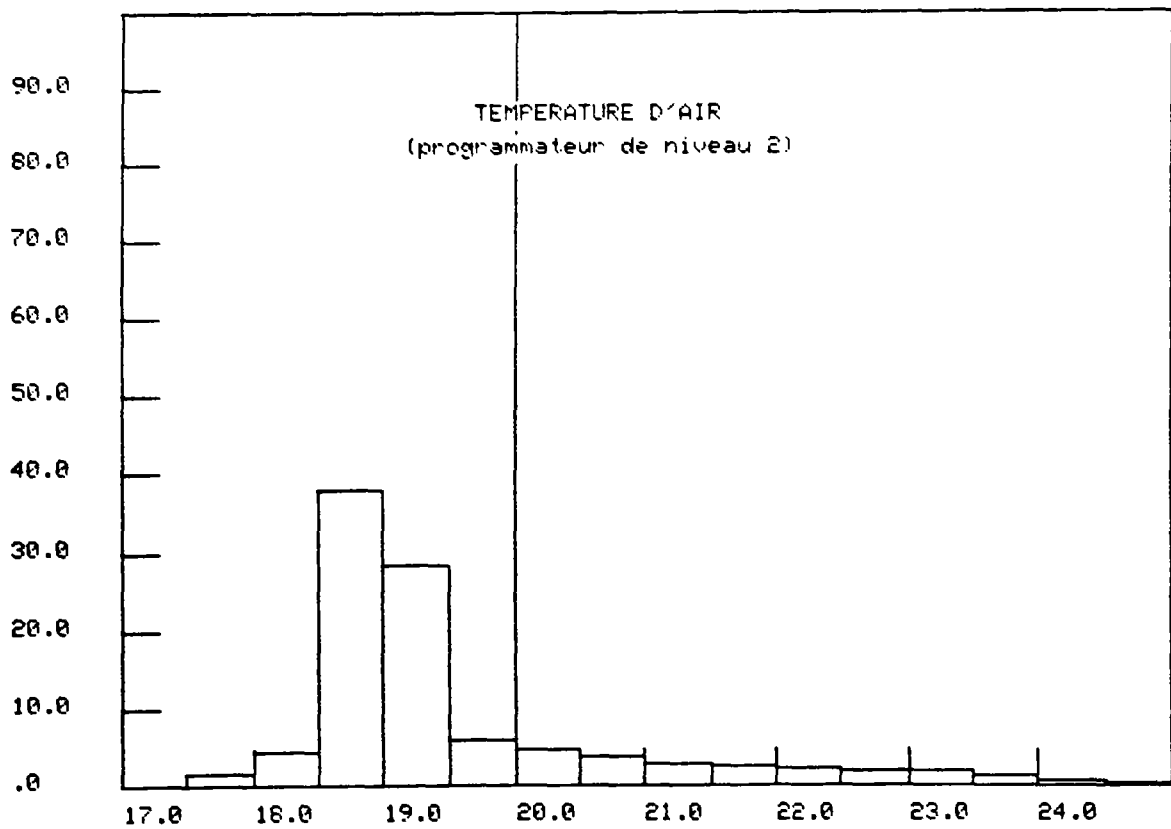


Figure 11-16 : Commande classique : température Intérieure

Par contre, la température intérieure est, le plus souvent, supérieure à 19°C pendant la période d'occupation dans le cas où l'on utilise le programmeur simple avec un régulateur PI (figure 11-16). La température moyenne intérieure est de 19,57°C. De plus, cette température est très dispersée, le maximum étant de 25,8°C, le minimum de 17,3°C. Cela signifie que le confort dans le bâtiment n'est pas toujours assuré et qu'il existe des moments où le bâtiment est surchauffé ou au contraire insuffisamment chauffé.

En ce qui concerne le gain économique, la commande optimale consomme, pour une saison de chauffage, 12,8 % d'énergie de moins que le programmeur simple avec un régulateur PI (133,3 MWh contre 152,9 MWh). On constate que le programmeur simple consomme beaucoup plus d'énergie pendant la période d'inoccupation (122,7 MWh), tandis que la commande optimale ne consomme que 56 390 kWh. Par contre il consomme moins d'énergie pendant la période d'occupation (30 240 kWh) que la commande optimale (76 940 kWh), puisque le bâtiment est surchauffé pendant la période d'inoccupation dans le cas où le programmeur simple est utilisé. Cela signifie que la commande optimale peut correctement prévoir la durée de préchauffage pendant toute la saison de chauffage, et éviter une consommation non nécessaire.

## **12 – SENSIBILITE DE LA COMMANDE OPTIMALE SUR LES ECARTS DU MODELE ET LES METHODES D'AMELIORATION**

### **12.1 – Sensibilité de la commande optimale sur les écarts du modèle**

Les résultats de la commande optimale que nous avons obtenus impliquent une connaissance parfaite du bâtiment. Autrement dit, il ne devrait exister aucune erreur sur la valeur des paramètres du modèle de bâtiment. Mais en réalité, ces paramètres sont généralement obtenus à partir d'un processus d'identification, et l'étude menée sur les méthodes d'identification montre en fait qu'il existe environ 10 % d'erreur sur la valeur des paramètres identifiés [ACRE.89].

Puisque la stratégie de la commande optimale dépend aussi directement du modèle de système de chauffage, les imprécisions inhérentes à ce dernier peuvent entraîner des conséquences négatives sur le fonctionnement de la commande. Ces conséquences se manifestent notamment sur deux aspects :

Premièrement, les imprécisions du modèle diminuent la précision de la prédiction de durée de préchauffage fait par la commande optimale. Notons que dans le cas où l'inertie et les déperditions du bâtiment décrit par le modèle sont inférieures à ceux du bâtiment réel, la commande a tendance à sous-estimer la durée de préchauffage.

Deuxièmement, les imprécisions du modèle peuvent introduire des erreurs stationnaires en régime permanent. La température du bâtiment peut être alors inférieure ou supérieure à celle de la consigne pendant la période d'occupation selon les écarts du modèle de bâtiment.

Afin d'évaluer quelle influence une telle erreur pourrait introduire sur le niveau de confort et sur la consommation d'énergie lorsque la stratégie de la commande optimale intervient, nous avons effectué deux types de simulations en utilisant des modèles de bâtiment avec des paramètres intentionnellement entachés de certaines erreurs.

Le premier type de simulation avait pour but de mesurer les influences de ces paramètres sur la prédiction de la durée de préchauffage ainsi que leurs influences sur les erreurs stationnaires. Il a été effectué pour une période allant du jeudi au lundi suivant.

Le deuxième type de simulation avait pour objectif d'évaluer les influences sur la consommation énergétique sur une saison complète de chauffage.

#### **12.1.1 – Modèles 'approchés' du bâtiment**

Nous considérons que le jeu de paramètres utilisé pour les simulations dans le chapitre précédent est exact. Ce modèle, que nous définissons comme "modèle de référence", servira comme tel dans ce chapitre. Pour étudier la sensibilité de la commande optimale, nous avons fait varier la valeur de certains paramètres. Les modèles ainsi obtenus sont appelés "modèles approchés".

Les paramètres qui ont été modifiés sont les suivants :

$G$  : Coefficient de déperdition volumique du bâtiment

$A_q$  : Ressaut de température intérieure dû à un échelon de flux de chauffage

$T_1$  : Grande constante de temps du bâtiment.

Lorsque le coefficient de déperdition  $G$  ou la constante de temps  $T_1$  diminuent, cela entraîne une durée de préchauffage moins longue. Le même effet se produit quand le ressaut de température lié au flux de chauffage  $A_q$  augmente.

Par contre, lorsque le coefficient de déperdition  $G$  ou la constante de temps  $T_1$  augmentent, ou lorsque le ressaut de température lié au flux de chauffage  $A_q$  diminue, cela conduit à une plus longue durée de préchauffage.

Par conséquent, les cas les plus défavorables du point de vue de la prédiction de la durée de préchauffage et du maintien du confort dans le bâtiment apparaissent lorsque l'on diminue simultanément  $G$  et  $T_1$  et que l'on augmente  $A_q$ , ou au contraire lorsque l'on augmente  $G$ ,  $T_1$  et que l'on diminue  $A_q$ .

Dans le premier cas, les déperditions de chaleur et l'inertie du bâtiment peuvent éventuellement être sous-estimées. En conséquence, la durée de préchauffage prévue par la commande est insuffisante, un inconfort est donc possible.

Par contre, dans le deuxième cas, une sur-estimation des déperditions et l'inertie du bâtiment se produit probablement. Cela peut entraîner une durée trop longue de préchauffage d'où une consommation supplémentaire d'énergie.

Les écarts dans les valeurs des paramètres du modèle influencent non seulement la prévision de la durée de préchauffage, mais causent également des erreurs stationnaires pendant la période d'occupation.

En effet, une des caractéristiques intéressantes de la commande optimale proposée est de ne pas assurer une erreur stationnaire nulle en régime permanent car, pour atteindre le meilleur compromis possible entre la consommation énergétique et le confort, on est amené parfois à moduler la température du bâtiment par rapport à celle de la consigne. Lorsque le modèle du système est exact, cette caractéristique de la commande permet d'améliorer l'économie tout en maintenant un bon niveau de confort. Par contre, lorsque les paramètres du modèle ne sont pas connus avec une précision suffisante, cette caractéristique devient alors un inconvénient puisque les erreurs stationnaires croissent au fur et à mesure que les écarts du modèle grandissent, ce qui a pour conséquence, soit que le confort n'est plus assuré (dans les cas où  $G$  ou  $T_1$  est sous-estimé, ou lorsque  $A_q$  est surestimé), soit que les consommations d'énergie augmentent (dans les cas où l'on augmente  $G$  ou  $T_1$ , ou lorsqu'on diminue  $A_q$ ).

Sept modèles approchés du bâtiment dénommés "Mod.A" jusqu'à "Mod.G" ont été établis. Les modèles "Mod.A" jusqu'à "Mod.E" compris correspondent aux cas où l'inertie ou/et les déperditions du bâtiment sont sous-estimées. Dans les modèles "Mod.F" et "Mod.G", par contre, cette inertie et les déperditions sont surestimées.

Les trois paramètres  $G$ ,  $T_1$  et  $A_q$  de ces sept modèles approchés sont modifiés  $\pm 10\%$  ou  $\pm 20\%$  par rapport au modèle de référence. Les valeurs des paramètres  $G$ ,  $T_1$  et  $A_q$  de chacun des modèles sont figurés dans le tableau 11-1.

Modèle	$G(\text{W/K.m}^3)$	$\Delta G$ (%)	$A_g$ (%)	$\Delta A_g$ (%)	$T_1$ (h)	$\Delta T_1$ (h)
Modèle de référence	0,56	0	9,48	0	41,0	0
Modèle A	0,51	- 10	9,48	0	41,0	0
Modèle B	0,56	0	10,43	+ 10 %	41,0	0
Modèle C	0,56	0	9,48	0	36,9	- 10
Modèle D	0,51	- 10	10,43	+ 10	36,9	- 10
Modèle E	0,45	- 20	11,38	+ 20	32,8	- 20
Modèle F	0,62	+ 10	9,48	0	41,0	0
Modèle G	0,67	+ 20	7,58	- 20	49,2	+ 20

**Tableau 12-1 : Paramètres des différents modèles**

Dans le tableau 12-2, les valeurs des paramètres analogiques relatifs à un modèle du deuxième ordre à deux capacités et trois résistances sont présentés.

Modèle	$R_{ei}$ (K/kW)	$R_{mi}$ (K/kW)	$R_{em}$ (K/kW)	$C_1$ (MJ/K)	$C_2$ (MJ/K)
Modèle de référence	0,673	0,0412	0,840	29,888	3357,846
Modèle A	0,790	0,0468	0,567	27,220	325,896
Modèle B	0,754	0,0452	0,727	27,008	363,434
Modèle C	0,672	0,0416	0,839	27,889	318,308
Modèle D	0,828	0,0500	0,798	24,597	296,554
Modèle E	1,021	0,0623	0,826	19,961	235,659
Modèle F	0,616	0,0372	0,744	33,056	394,453
Modèle G	0,447	0,0281	0,441	63,601	728,862

**Tableau 12-2 : Paramètres analogiques des différents modèles**

### 12.1.2 - EVALUATION DE L'INFLUENCE DES ECARTS DU MODELE SUR LE FONCTIONNEMENT DE LA COMMANDE

Sept simulations ont été effectuées en utilisant respectivement les sept modèles approchés présentés ci-dessus. L'objectif de ces simulations est d'évaluer l'influence de l'imprécision avec laquelle les paramètres des modèles sont connus sur la prédiction de la durée de préchauffage et sur les erreurs stationnaires lorsque la commande optimale est appliquée.

Toutes les simulations sont effectuées pour une période allant du jeudi au lundi. Le critère de confort dépend uniquement de la température intérieure du bâtiment, et la température extérieure est constamment fixée à  $-4^{\circ}\text{C}$ . La puissance maximale est de 116 kW. Comme pour les simulations représentées dans le chapitre précédent, le flux de chauffage est considéré comme étant un flux de chaleur instantané.

Le tableau (12-3) illustre les résultats des ces simulations.

On constate que, dans les cas où l'inertie et/ou les déperditions du bâtiment sont sous-estimées (modèles "Mod.A" jusqu'à "Mod.E"), les durées de préchauffage prévues par la commande optimale sont inférieures à celles obtenues dans le cas où le modèle de référence est utilisé. Pour une nuit d'arrêt, les durées de préchauffage prévues par la commande sont respectivement de 4,5 h pour "Mod.A", de 3,5 h pour "Mod.D" et de 2 h seulement pour "Mod.E", tandis qu'elle était de 5,25 h lorsqu'on utilisait le modèle de référence. Il s'ensuit que la température intérieure du bâtiment ne peut pas atteindre  $19^{\circ}\text{C}$  au début de la période d'occupation lorsque les modèles approchés sont utilisés. Les mêmes situations peuvent être constatées dans le cas d'un week-end d'arrêt. Cependant lorsque le coefficient G est correctement identifié, comme dans les cas "Mod.B" et "Mod.C", la température intérieure à 8 h du matin est supérieure à  $18,5^{\circ}\text{C}$ , ce qui signifie que la prédiction de la durée de préchauffage est acceptable.

Les erreurs stationnaires ne deviennent significatives que lorsque les erreurs sur les paramètres atteignent 20 % ("Mod.E"). Dans ce cas, la température intérieure devient inférieur à  $18^{\circ}\text{C}$  pendant la période d'occupation, le confort n'est donc plus assuré.

	une nuit d'arrêt		un week-end d'arrêt		
Modèle	Durée de préchauffage ( h )	Température d'air à 8h du matin ( $^{\circ}\text{C}$ )	Durée de préchauffage ( h )	Température d'air à 8h du matin ( $^{\circ}\text{C}$ )	Température d'air en régime permanent ( $^{\circ}\text{C}$ )
Modèle de référence	5,25	18,98	14,50	19,00	18,86
Modèle A	4,50	18,29	12,25	18,25	18,63
Modèle B	4,75	18,7	14,00	18,81	18,67
Modèle C	4,75	18,72	12,75	18,48	18,82
Modèle D	3,50	18,00	11,00	17,76	18,43
Modèle E	2,00	16,64	7,75	15,89	17,89
Modèle F	6,00	19,06	16,75	19,28	19,04
Modèle G	8,00	19,41	23,00	19,66	19,51

**Tableau 12-3 : Durées de préchauffage et températures Intérieures pour différents modèles**

Au contraire, pour les modèles "Mod.F" et "Mod.G", la durée de préchauffage calculée par la commande optimale est plus longue que celle obtenue par le modèle de référence. Il convient de noter toutefois que la surchauffe du bâtiment est très faible lorsque les erreurs sur les paramètres du modèle ne dépassent pas 10 % (cas de "Mod.F"). Par contre, dans le cas où ces erreurs atteignent 20 % ("Mod.G"), la surchauffe du bâtiment n'est plus négligeable, car la température intérieure à la fin de la période d'inoccupation est égale à 19,4°C pour une nuit d'arrêt et 19,7°C après un week-end d'arrêt. Les 2,75 h et 8,5 h supplémentaires de préchauffage après une nuit d'arrêt et un week-end d'arrêt sont responsables de cette situation.

Pendant la période d'occupation, la température intérieure du bâtiment est sensiblement supérieure à 19°C dans le cas où le modèle "Mod.G" est employé, elle est en fait de 19,51°C. Il existe donc une erreur stationnaire relativement importante. Par contre, l'erreur stationnaire est négligeable quand "Mod.F" est utilisé puisque la température intérieure n'est que de 19,04°C pendant la période d'occupation.

De ces résultats de simulations on déduit que si les paramètres identifiés, notamment le coefficient G, sont entachés d'une erreur inférieure à 10 % par rapport aux paramètres exacts, la commande optimale peut prévoir la durée de préchauffage avec une précision acceptable et l'erreur stationnaire est négligeable.

Par contre, si les écarts sur les paramètres atteignent 10 % ou plus, la prédiction de la durée de préchauffage faite par la commande optimale n'est plus fiable, elle est soit trop courte soit trop longue. Cela dégrade le niveau de confort, ou entraîne une consommation d'énergie plus forte. Enfin, lorsque les écarts sur les paramètres sont de l'ordre de 20 %, non seulement la commande prévoit mal la durée de préchauffage, mais il existe aussi des erreurs stationnaires ; le confort dans le bâtiment n'est donc plus assuré pendant la période d'occupation, ou au contraire, le bâtiment est surchauffé pendant cette même période.

### 12.1.3 - INFLUENCE SUR LES CONSOMMATIONS D'ENERGIE

Afin d'étudier l'influence des erreurs consécutives à la détermination des paramètres du modèle de bâtiment sur les consommations énergétiques annuelles, nous avons effectué des simulations couvrant toute une saison de chauffage en utilisant des modèles approches. Deux modèles ont été employés : les modèles "Mod.F" et "Mod.G" qui représentent les cas les plus défavorables ( $\pm 20$  % d'erreur pour chacun des trois paramètres). Les résultats obtenus dans ces deux cas sont comparés avec ceux obtenus dans le cas où le modèle de référence avait été utilisé.

Modèle	Consommation d'énergie ( kWh )	Température d'air maximale ( °C )	Température d'air minimale ( °C )	Température d'air moyenne ( °C )	Ecart- type ( °C )
Modèle de référence	128,7.10 <sup>4</sup>	19,00	18,02	18,76	0,15
Modèle E	117,7.10 <sup>4</sup>	18,89	14,89	17,92	0,58
Modèle G	139,6.10 <sup>4</sup>	20,59	17,60	19,40	0,36

**Tableau 12-4 : Consommations d'énergie et températures pour différents modèles**



Le tableau (12-4) représente les différentes consommations d'énergie et la température d'air pendant les périodes d'occupation correspondant aux modèles "Mod.E", "Mod.G" et de référence.

Pour le modèle "Mod.E", la consommation d'énergie est de 8,5 % inférieure à celle du modèle de référence. Mais cette économie est obtenue au détriment du niveau de confort, puisque la température intérieure moyenne en période d'occupation n'est plus que de 17,92°C. Le confort est donc insatisfaisant.

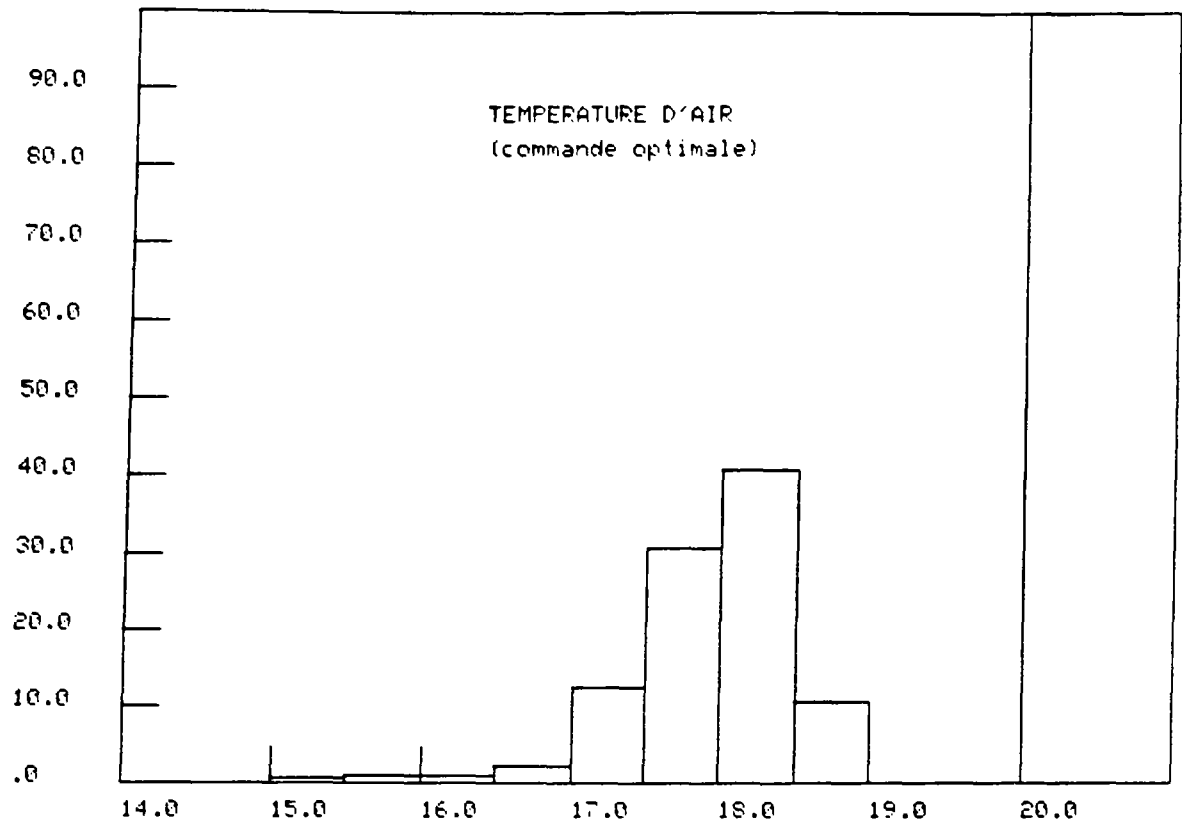
Par contre, lorsque le modèle "Mod.G" est utilisé, le confort est assuré, la température intérieure moyenne en période d'occupation est de 19,4°C. Mais la température intérieure est, le plus souvent pendant la période d'occupation, supérieure à la température de consigne (19°C), ce qui entraîne une consommation énergétique plus forte (8,4 % supérieure à celle du modèle de référence).

Les figures (12-1), (12-2) représentent les histogrammes de la température intérieure en période d'occupation obtenus pour les modèles "Mod.E" et "Mod.G".

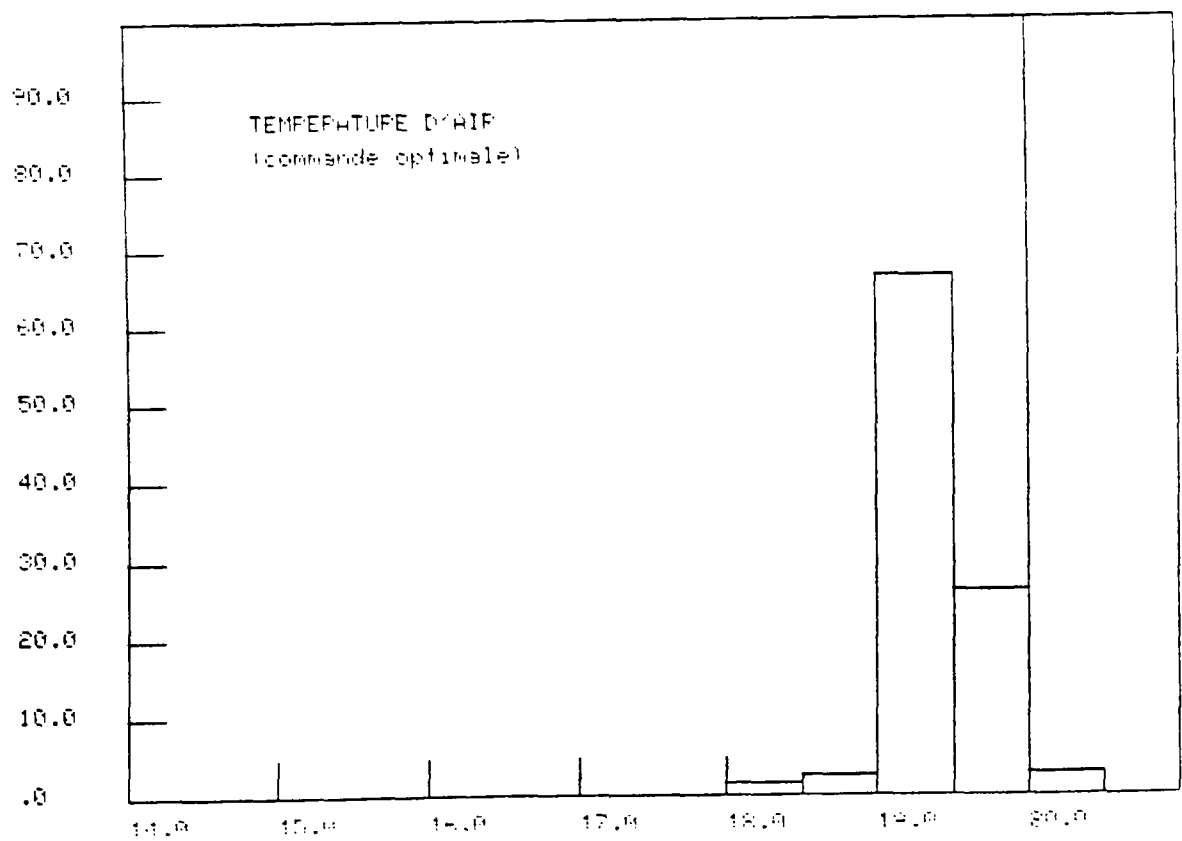
Ces courbes font ressortir, par rapport aux histogrammes obtenus à partir du modèle de référence (figure 11-15), que les températures intérieures pendant la période d'occupation sont beaucoup plus dispersées lorsque les modèles approchés sont employés. Pour le modèle "Mod.E", les températures minimale et maximale sont respectivement de 14,89°C et de 18,89°C pour un écart-type de 0,58°C. Pour le modèle "Mod.G", la température maximale est de 20,59°C, la minimale de 18,03°C avec l'écart-type de 0,36°C, alors que pour le modèle de référence cet écart-type n'est que de 0,15°C pendant la période d'occupation.

A partir des résultats obtenus ci-dessus, nous pouvons conclure que la qualité de la commande optimale dépend directement de la précision d'identification des paramètres du modèle. Plus grande sera la précision des paramètres identifiés, meilleur sera le fonctionnement de la commande. La qualité du modèle du système joue donc un rôle très important dans le système de commande.

Mais en pratique, il est pratiquement impossible de se prémunir contre les erreurs dans le processus d'identification. En conséquence, le comportement de la commande optimale risque de ne pas être toujours "optimal". Pour que cette dernière soit moins sensible au modèle du système, une méthode simple d'auto-réglage est développée ci-après afin d'améliorer la structure de la commande.



**Figure 12-1 : Température Intérieure pour "Mod.E"**



**Figure 12-2 : Température Intérieure pour "Mod.G"**

## 12.2 – Amélioration de la commande optimale

L'étude de la sensibilité de la commande montre que la qualité de la commande dépend directement de la précision du modèle. Ceci apparaît à deux niveaux :

- le contrôle des températures du bâtiment pendant la période d'occupation ;
- la prédiction de la durée de préchauffage.

Afin de remédier à ce phénomène, un moyen efficace, inspiré des techniques de l'automatisme, consiste à employer une méthode auto-adaptative.

Le principe de la stratégie de commande auto-adaptative est d'identifier le modèle du système "on-line", et d'améliorer en permanence le comportement de la commande à partir des nouvelles connaissances du système. L'avantage de cette méthode est que le modèle obtenu est toujours très proche de la réalité puisque les erreurs sur les paramètres sont corrigées en permanence tout au long du processus. En se basant sur ce modèle plus précis, l'efficacité de la commande s'améliore automatiquement. Mais l'inconvénient majeur de cette méthode est qu'elle oblige à effectuer tous les calculs (l'identification des paramètres du modèle et les calculs des paramètres de la commande optimale) "on-line". Le calcul de la commande in situ devient donc nécessaire, et cela exige de disposer d'un ordinateur assez puissant. Cette méthode ne convient donc pas à notre système de commande dont la simplicité de mise en oeuvre est un élément essentiel.

Pour que la commande optimale proposée puisse corriger automatiquement les erreurs introduites par les imprécisions du modèle, nous proposons ci-dessous deux méthodes qui permettent d'améliorer les comportements de la commande "on-line" tout en conservant les avantages fondamentaux assurés par la stratégie de cette commande.

La première méthode consiste à annuler les erreurs stationnaires. Cela est réalisé en ajoutant dans la structure de la commande les intégrateurs numériques liés à ces erreurs.

En ce qui concerne la prévision de la durée de préchauffage, une méthode d'auto-régulation est proposée pour que la commande puisse corriger automatiquement l'erreur de cette prévision.

### 12.2.1 - ANNULATION DES ERREURS STATIONNAIRES

Les erreurs stationnaires croissent au fur et à mesure que les écarts du modèle augmentent ; les comportements de la commande sont donc endommagés, ce qui a une action, soit sur le confort (voir figure 12-1), soit sur les consommations d'énergie (voir figure 12-2).

Ce problème peut être résolu de manière satisfaisante en ajoutant au système un certain nombre d'intégrateurs numériques [SAND.73], [FOUL.87]. Ces intégrateurs ont pour entrées les écarts entre consignes et mesures correspondantes, et possèdent la même fonction intégrale que celle présente dans la régulation classique PI. Ils ont la forme suivante (approximation d'une intégrale par la méthode des rectangles) :

$$Es(i+1) = Es(i) + \Delta T \cdot e(i) \quad (12-1)$$

où  $Es(i)$  : Vecteur intégrale de dimension  $r$   
 $e(i)$  : Ecart entre consigne  $Z$  et mesure  $Y(i)$   
 $\Delta T$  : Période d'échantillonnage.

En considérant  $\Delta T$  comme une unité, cette expression peut être simplifiée de la façon suivante :

$$Es(i+1) = Es(i) + e(i) = Es(i) + Z - Y(i) \quad (12-2)$$

A partir du modèle du système suivant :

$$X(i+1) = A \cdot X(i) + B \cdot U(i)$$

$$Y(i) = C \cdot X(i)$$

nous déduisons :

$$Es(i+1) = Es(i) - C \cdot X(i) + Z \quad (12-3)$$

En considérant les intégrateurs comme des nouveaux états du système, et en les ajoutant dans cette dernière, un système élargi de dimension  $(n+r)$  comportant les intégrateurs apparaît :

$$\begin{bmatrix} X(i+1) \\ Es(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & I \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X(i) \\ Es(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} U(i) + \begin{bmatrix} 0 \\ Z \end{bmatrix} \quad (12-4)$$

$$\begin{bmatrix} Y(i) \\ E_s(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X(i) \\ E_s(i) \end{bmatrix}$$

avec  $I$  : matrice unitaire de rang  $r$ .

Cette équation peut être exprimée sous une forme condensée suivante :

$$\begin{aligned} X_3(i+1) &= A_3 \cdot X_3(i) + B_3 \cdot U(i) + F_3 \\ Y_3(i) &= C_3 \cdot X_3(i) \end{aligned} \quad (12-5)$$

dans laquelle, les éléments  $A_3, B_3, F_3, C_3$  sont des matrices constantes avec les dimensions respectives  $(n+r, n+r)$ ,  $(n+r, r)$ ,  $(n+r, 1)$ , et  $(m+r, n+r)$ .

Il convient de noter que, pour que le système élargi demeure commandable, la dimension du vecteur  $Es(i)$  doit être inférieure ou égale à celle des entrées contrôlables  $U(i)$ . Nous supposons ici que la dimension du vecteur intégral  $E_s(i)$  est égale à celle des entrées, soit  $r$ .

Le nouveau critère  $J_e$  à minimiser devient alors :

$$J_e = \sum_{i=1}^N [ e_3(i)^T \cdot Q_3 \cdot e_3(i) + U(i)^T \cdot R \cdot U(i) ]$$

avec :

$$Q_3 = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & Q_e \end{bmatrix} \quad \text{de dimension } (m+r, m+r)$$

et :

$$e_3 = \begin{bmatrix} Z \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Y(i) \\ E_s(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e(i) \\ -Es(i) \end{bmatrix} \quad \text{de dimension } (m+r, 1)$$

En utilisant la même méthode que celle explicitée dans le sous chapitre 10.1, la commande optimale  $U(i)$  qui minimise le critère  $J_e$  peut être déterminé par les équations suivantes :

$$U(i) = -L_3(i) \cdot X_3(i) + H_3(i) \quad (12-6)$$

avec les équations récurrentes :

$$\begin{aligned} L_3(i) &= [R + B_3^T \cdot K_3(i+1) \cdot B_3]^{-1} \cdot B_3^T \cdot K_3(i+1) \cdot A_3 \\ K_3(i) &= A_3^T \cdot K_3(i+1) \cdot [A_3 - B_3 \cdot L(i)] + C_3^T \cdot Q \cdot C_3 \\ H_3(i) &= [R + B_3^T \cdot K_3(i+1) \cdot B_3]^{-1} \cdot B_3^T \cdot [G_3(i+1) + K_3(i+1) \cdot F_3] \\ G_3(i) &= [A_3 - B_3 \cdot L_3(i)]^T \cdot [G_3(i+1) + K_3(i+1) \cdot F_3] - C_3^T \cdot Q \cdot Z \end{aligned} \quad (12-7)$$

où  $L_3$ ,  $K_3$ ,  $H_3$  et  $G_3$  ont respectivement les dimensions  $(r, n+r)$ ,  $(n+r, n+r)$ ,  $(r, 1)$  et  $(n+r, 1)$ .

On retrouve ici les mêmes types d'équations que celui de l'équation (10-10) sauf que la dimension du système ici est  $n+r$  au lieu de  $n$ . Les conditions de départ pour débuter les itérations en temps inversé sont :  $K_3(N) = 0$  et  $G_3(i) = 0$ .

La matrice  $L_3(i)$ , de dimension  $(r, n+r)$  peut être décomposée en deux matrices  $L_x(i)$  et  $L_m(i)$  qui sont respectivement de dimension  $(r, n)$  et  $(r, r)$ , soit :  $L_3 = [L_x, L_m]$

En conséquence, l'équation de la commande peut s'écrire :

$$U(i) = -L_x(i) \cdot X(i) + L_m(i) \cdot E_s(i) + H_3(i) \quad (12-8)$$

En rajoutant les compensations des perturbations mesurables dans le système, la commande peut enfin être déterminée par l'expression suivante :

$$U(i) = -L_x(i) \cdot X(i) + L_m(i) \cdot E_s(i) + S(i) \cdot Z + V(i) \cdot P(i) \quad (12-9)$$

Les matrices  $S(i)$  et  $V(i)$  sont calculées par les mêmes types d'équations que dans le cas où le système ne comporte pas d'intégrateurs.

Si l'horizon choisi pour la commande optimale est infini, toutes les matrices dans l'équation (12-9) deviennent constantes ; la commande optimale est alors donnée par :

$$U(i) = -L_x \cdot X(i) + L_m \cdot E_s(i) + S \cdot Z + V \cdot P(i) \quad (12-10)$$

Grâce au nouveau terme  $L_m \cdot E_s(i)$  qui possède une fonction intégrale, les erreurs stationnaires dues aux erreurs du modèle ou dues à d'autres raisons peuvent donc s'annuler.

Dans la commande des systèmes de chauffage intermittent, l'annulation des erreurs stationnaires est employée, soit dans la période d'occupation où le maintien de la température du bâtiment à sa valeur de consigne est recherché, soit dans la période d'inoccupation où le maintien d'une température minimale dans le bâtiment est souhaitée. Puisque ces deux situations sont considérées sur une période de temps infinie, nous pouvons donc utiliser l'équation (12-10) pour calculer la commande optimale.

Du fait que la période de préchauffage est en régime transitoire, il n'est pas nécessaire d'ajouter la fonction d'intégration, la prévision de la durée de préchauffage se faisant à partir de la même expression que celle représentée par les équations (11-10).

Il convient de noter que l'annulation des erreurs stationnaires portant sur les températures est obtenue au désavantage de l'économie énergétique, puisqu'il n'existe plus de possibilité de compromis entre ces deux éléments.

### 12.2.2 - AUTO-REGLAGE DE LA DUREE DE PRECHAUFFAGE

La durée de préchauffage prévue par la commande optimale n'est plus "optimale" lorsque les paramètres du modèle de bâtiment comportent des erreurs. Pratiquement, ce phénomène soulève un sérieux problème puisque le modèle identifié n'est jamais parfait. Pour que la durée de préchauffage calculée par la commande optimale puisse être correcte lorsqu'un modèle imprécis est utilisé, nous proposons ci-après une méthode d'auto-réglage.

Si le modèle représentait exactement le procédé et si ses conditions initiales et les perturbations étaient identiques à celles du procédé réel, les valeurs des sorties  $Y$  calculées à partir du modèle seraient exactement égales à celles des mesures  $Y_m$  ; on aurait donc :

$$Y(i) = Y_m(i)$$

Mais en réalité ces hypothèses ne sont pas vérifiées ; on obtient en fait :

$$Y_m(i) - Y(i) = d(i)$$

avec :

$d(i)$  : Ecart des températures entre les calculs et les mesures.

En particulier au début de la période d'occupation, la température du bâtiment, au lieu d'atteindre la température de consigne  $Z$ , s'en écarte, on a effectivement :

$$Y_m(i) - Z = d_o(i) \quad (12-11)$$

avec :

$d_o(i)$  : Ecart des températures au début de la période d'occupation.

Il existe donc une différence de valeur  $d_o(i)$  entre la température réelle  $Y_m$  et celle souhaitée  $Z$ .

Afin de pallier à cette différence et de rendre  $Y_m(i)$  égale à  $Z$  au début de la période d'occupation, une méthode simple consiste à remplacer la consigne  $Z$  par  $Z_r$  :

$$Z_r = Z - d_o(i) \quad (12-12)$$

Et par conséquent, si au cours de la période de préchauffage les conditions initiales et les perturbations ne se modifient pas, on obtient alors :

$$Y_m(i) = Y(i) + d_o(i) = Z_r + d_o(i) = Z$$

La température réelle est donc égale exactement à celle de la consigne Z, l'influence des imprécisions du modèle sur la prévision de la durée de préchauffage est ainsi compensée.

Cette méthode peut être très facilement appliquée à la commande optimale proposée. En effet, l'équation (11-10) pour calculer les paramètres de la commande demeure la même. La seule modification que l'on doit faire consiste à remplacer le vecteur de consigne Z par  $Z_r$  dans l'équation (11-9), et la commande optimale avec auto-réglage devient alors :

$$U(i) = -L(i) \cdot X(i) + S(i) \cdot Z_r(i) + H_{a2}'(i) \cdot U_a + V(i) \cdot P(i) \quad (12-13)$$

$$\text{avec :} \quad Z_r(i) = Z_r(i-1) + (Z - Y_m(i)) \quad (12-14)$$

$$Z_r(0) = Z$$

En réalité, les conditions initiales et surtout les perturbations varient d'un jour à l'autre, la correction de prévision de la durée de préchauffage ne peut donc se faire que progressivement.

Dans la pratique, cette correction est effectuée "on line" et en permanence. Par exemple, si la température du bâtiment n'atteint pas la température de consigne au début de la période d'occupation du premier jour, et si l'écart entre ces deux températures est  $d_o(i)$ , la température de consigne sera modifiée en utilisant l'équation (12-14) pour le lendemain. La température du bâtiment sera alors plus proche de celle de la consigne au début de la période d'occupation du lendemain. La même correction de consigne sera maintenue jusqu'au jour où la température du bâtiment à la fin de la période d'inoccupation arrive à la température de consigne.

Il faut noter que cette méthode d'auto-réglage permet non seulement de corriger l'écart de la prédiction de préchauffage dû aux erreurs du modèle, mais aussi de corriger cet écart dû aux autres raisons.

Cette amélioration de la structure de la commande facilite également le choix du paramètre  $U_a$  dans le critère  $J_p$  représenté par l'équation (10-36). Nous avons proposé une équation (équation 11-19) pour calculer la valeur de  $U_a$ . Mais cette équation issue des résultats des simulations n'a pas trouvé d'interprétation théorique et la valeur de  $U_a$  obtenue à partir de celle-ci peut éventuellement s'écarter de la valeur optimale. Puisque la durée de préchauffage prévue par la commande optimale dépend directement de cette valeur, quelques simulations sont donc indispensables pour la vérifier. Cela rend l'utilisation pratique de la commande plus compliquée.

Par contre, lorsque la méthode d'auto-réglage proposée est employée, l'erreur sur la prédiction de la durée de préchauffage due au mauvais choix de la valeur de  $U_a$  peut être également éliminée "on line" et automatiquement. Nous pouvons donc calculer directement la valeur de  $U_a$  à partir de l'équation (11-19), sans la vérifier par simulation, et ainsi simplifier le calcul de  $U_a$ .

Il convient de souligner que la mise en oeuvre de cette méthode ne modifie aucun des calculs des paramètres de la commande optimale, puisque le paramètre  $S(i)$  dans l'équation (12-13) est indépendant de la consigne  $Z_r$ . La méthode d'auto-réglage est donc très facile à réaliser.

### 12.2.3 - SIMULATIONS DE LA COMMANDE OPTIMALE AMELIOREE

Afin d'évaluer la performance de la méthode d'auto-réglage et de la fonction d'annulation des erreurs stationnaires, deux types de simulations ont été effectués. Le premier type a pour objet l'observation du fonctionnement de l'auto-réglage. Une période de quatre jours de simulation est utilisée pour ce type de simulation avec trois modèles différents. Le deuxième type correspond à une saison de chauffage et permet d'estimer l'économie énergétique apportée par ces méthodes.

#### 12.2.3.1 - Simulation sur une durée de quatre jours

Ces simulations ont été effectuées dans les conditions suivantes :

- le flux de chauffage est considéré comme un flux de chaleur instantané, la puissance maximale est de 116 kW ;
- le bâtiment modélisé est le même que celui du chapitre 10 ;
- la température extérieure est de 0°C et est constante ;
- le critère de confort ne tient compte que de la température intérieure ;
- les quatre jours correspondent à une période allant du mardi au vendredi.

La figure 12-3 illustre le scénario de la commande optimale complété par l'auto-réglage et l'annulation des erreurs stationnaires. Le modèle utilisé dans cette simulation est le modèle approché "Mod.E" dont les erreurs, affectant les trois paramètres  $G$ ,  $T_1$ , et  $A_q$ , sont, par rapport au modèle de référence, respectivement de - 20 %, - 20 % et + 20 %.

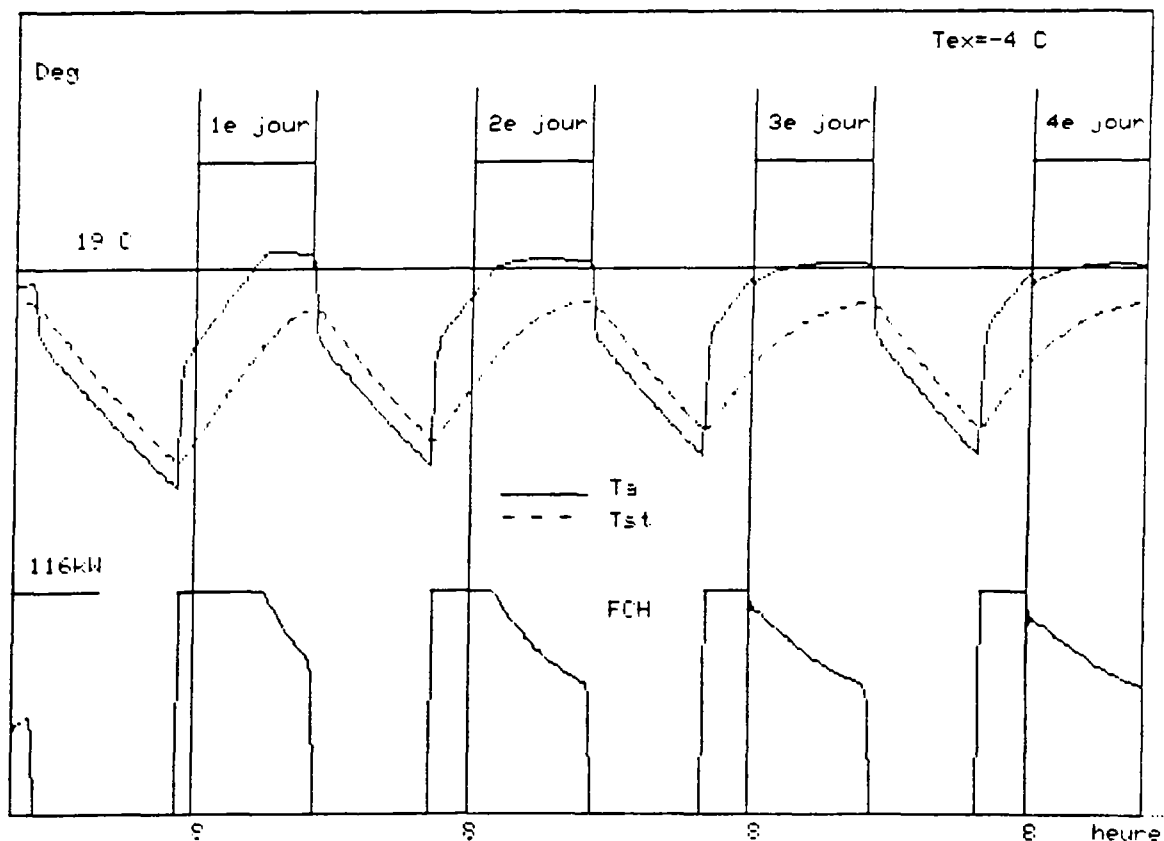


Figure 12-3 : Commande optimale améliorée : "Mod.E"

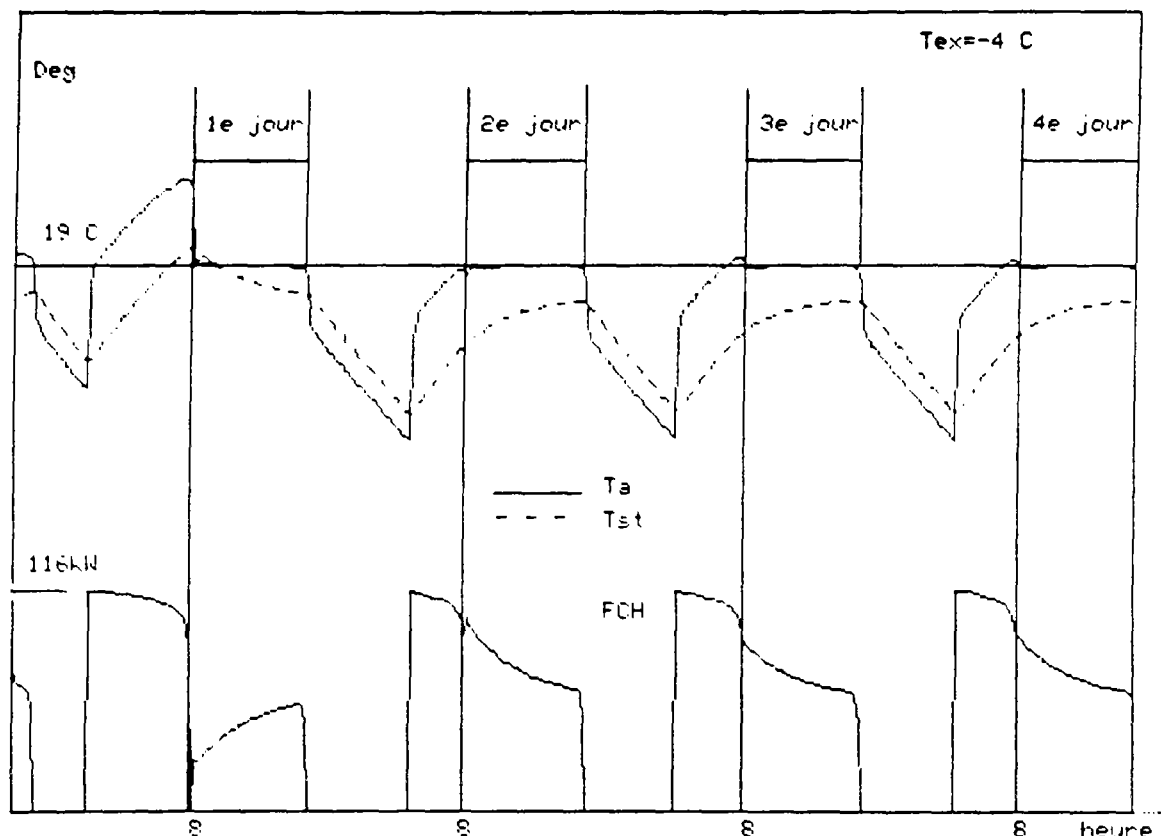


On constate que pour le premier jour la durée de préchauffage n'est pas suffisamment longue et que la température intérieure du bâtiment est largement inférieure à celle de la consigne au début de la période d'occupation. Pendant la période d'occupation, à cause de l'action intégrale de la commande, le bâtiment est surchauffé.

Mais la situation s'améliore dès le deuxième jour, la durée de préchauffage devient plus longue, et la surchauffe du bâtiment pendant la période d'occupation diminue.

Les troisième et quatrième jours, la commande permet d'éliminer presque toute l'influence de l'imprécision du modèle et peut prévoir correctement la durée de préchauffage. De plus, elle annule les erreurs stationnaires pendant la période d'occupation.

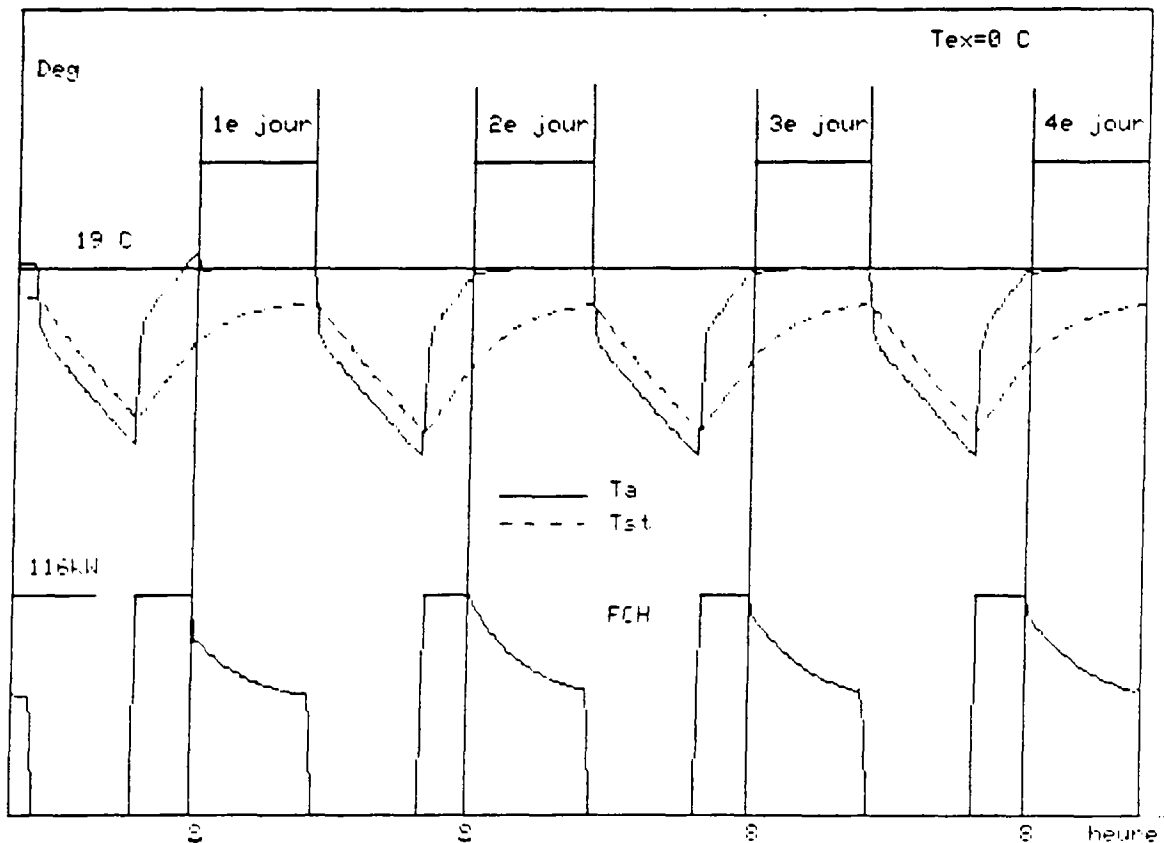
La figure 12-4 représente le résultat de la simulation effectuée à partir du modèle "Mod.G". Les trois paramètres de ce modèle, c'est-à-dire  $G$ ,  $T_1$ , et  $A_0$ , sont tous entachés d'une erreur de  $\pm 20\%$ , mais de signes opposés à ceux des erreurs du modèle "Mod.E".



**Figure 12-4 : Commande optimale améliorée : "Mod.G"**

Le résultat obtenu par cette simulation fait ressortir également l'efficacité de la méthode d'auto-réglage. La commande n'a besoin que de deux jours pour adapter le modèle imprécis. Pendant le premier jour, la température intérieure est largement supérieure à  $19^{\circ}\text{C}$  au début de la période d'occupation puisque la commande surestime l'inertie et les déperditions du bâtiment. Mais ce phénomène ne dure qu'une journée, la commande fonctionnant correctement dès le deuxième jour, tant au niveau de la prévision de la durée de préchauffage qu'au niveau de l'annulation de ces erreurs stationnaires pendant la période d'occupation.

Si les paramètres du modèle sont parfaitement identifiés (cas du modèle de référence), nous constatons qu'au fur et à mesure le résultat de la commande devient de plus en plus satisfaisant (voir figure 12-5). Il est intéressant de souligner que, contrairement à la simulation 5 du chapitre 10, pendant la période d'occupation, la température intérieure obtenue dans cette simulation est strictement égale à 19°C car les erreurs stationnaires sont annulées par la commande. Il n'existe donc plus de compromis entre économie et confort.



**Figure 12-5 : Commande optimale améliorée : Modèle de référence**

Un autre avantage de la méthode d'auto-réglage est qu'elle peut compenser l'influence du paramètre  $U_a$  dont la valeur optimale est difficilement ajustable. Pour illustrer ce point, deux simulations ont été effectuées en s'écartant volontairement de la valeur du paramètre  $U_a$  obtenue à partir l'équation (11-19).

Dans la première simulation (figure 12-6), le modèle de référence est utilisé, mais au lieu d'affecter la valeur de 54,6 kW (la valeur obtenue par l'équation 11-19) au paramètre  $U_a$  comme dans la simulation précédente, elle est ramenée à 44,5 kW. En conséquence, la commande prévoit, pour le premier jour, une durée de préchauffage moins longue et la température intérieure ne peut pas atteindre la valeur de consigne à la fin de la période d'inoccupation. Mais la commande corrige automatiquement cette insuffisance de préchauffage dès le deuxième jour.

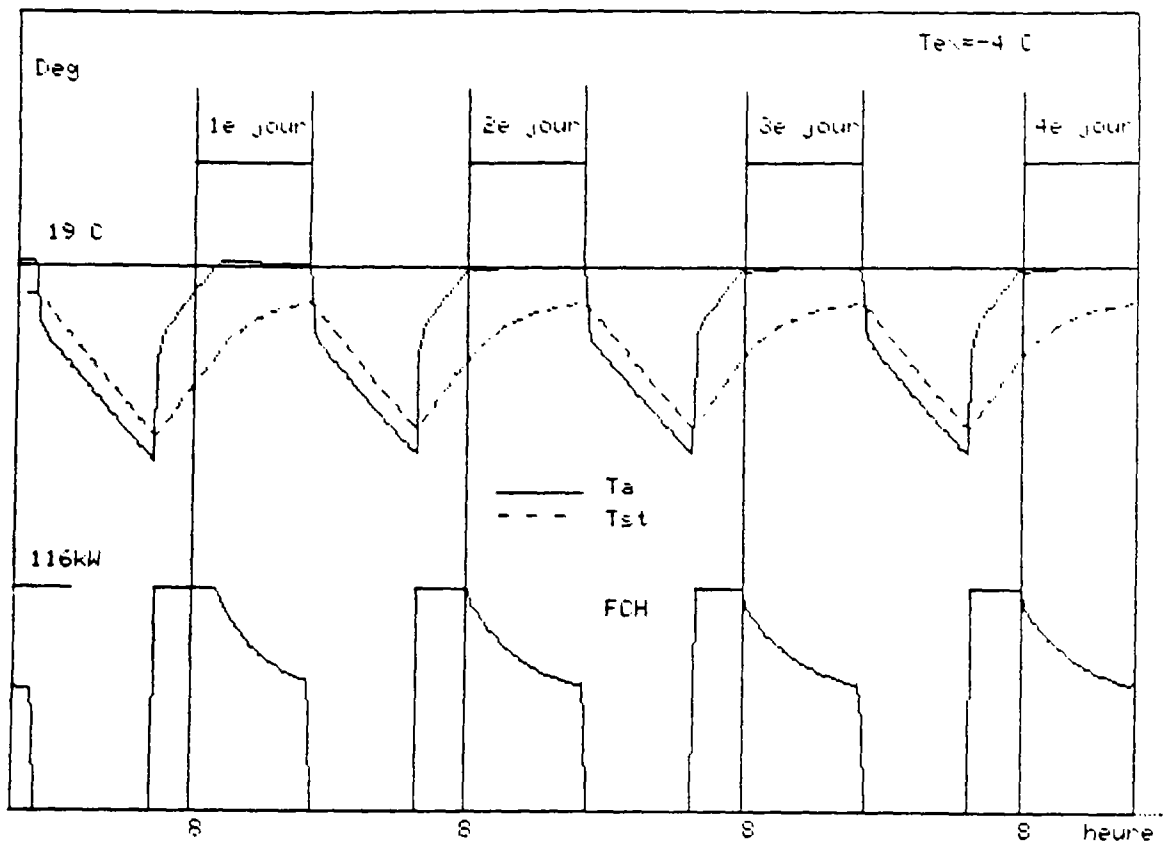


Figure 12-6 : Commande optimale avec  $U_0$  plus petit

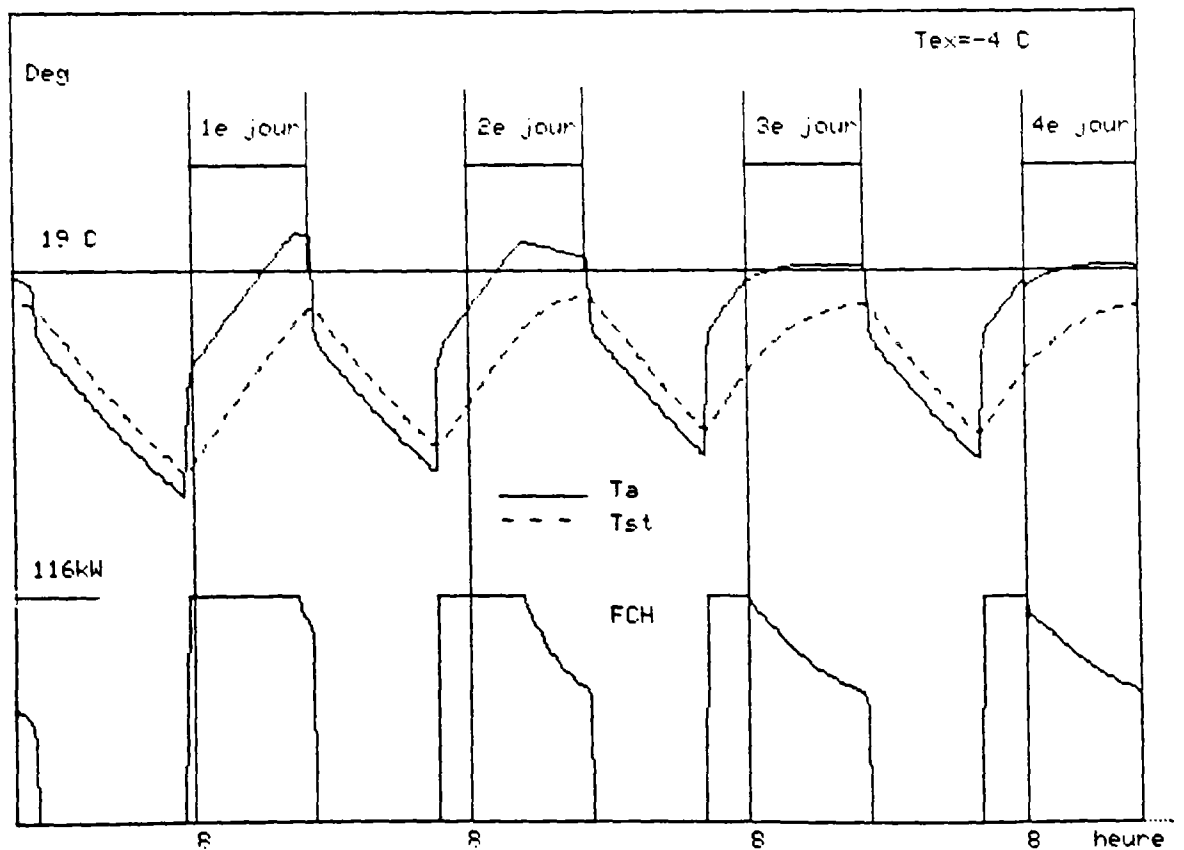


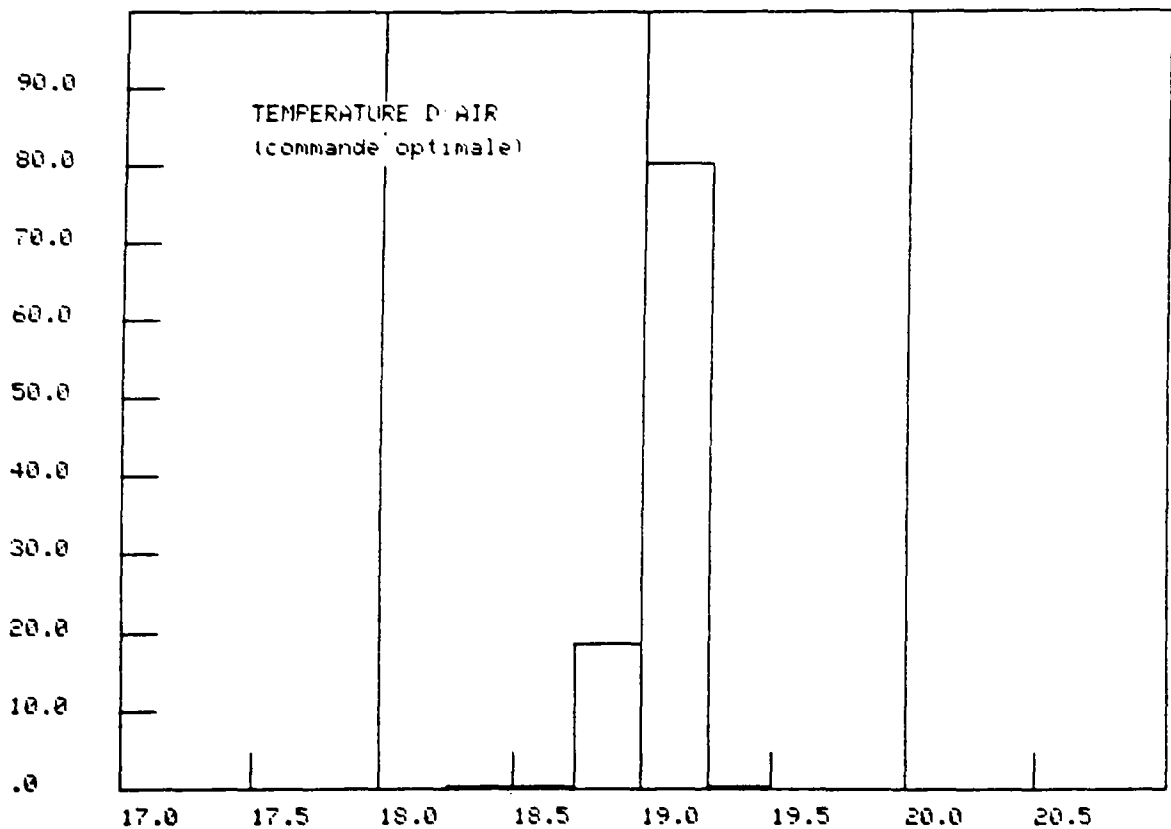
Figure 12-7 : Commande optimale avec  $U_0$  plus petit et "Mod.E"

Dans la deuxième simulation, les conditions utilisées sont plus défavorables. Le paramètre  $U_a$  retenu est de 44,5 kW, valeur inférieure à celle obtenue à partir de l'équation (10-6). De plus, le modèle employé est celui approché "Mod.E" dont les déperditions de chaleur sont sous-estimées. La simulation (figure 12-7) montre qu'aux premier et deuxième jours, la durée de préchauffage est trop courte, et que pendant la période d'occupation, il se produit une surchauffe. Mais une bonne régulation est obtenue dès le troisième jour. Nous constatons donc que même dans ce cas très défavorable la commande optimale avec auto-régulation peut corriger rapidement les erreurs et conduire à une bonne régulation.

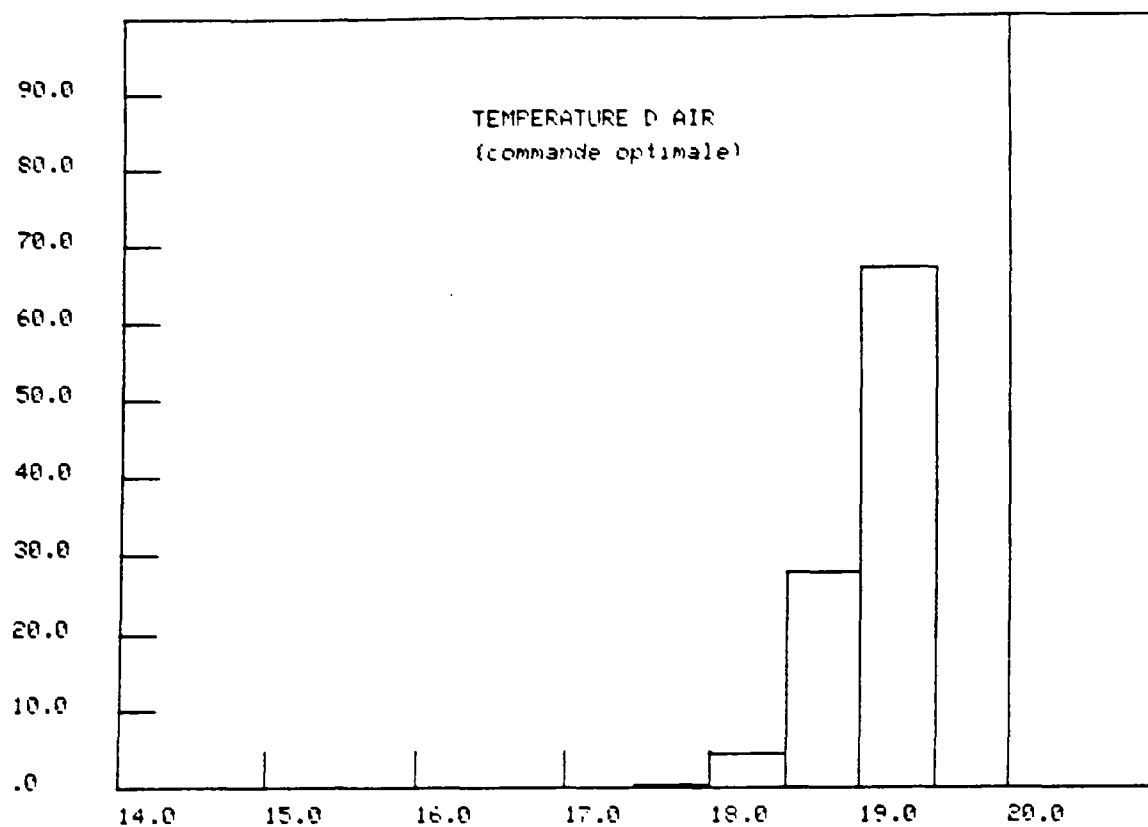
#### 12.2.3.2 - Simulation pour une saison de chauffage

Des simulations couvrant une saison de chauffage (du 26 Septembre au 24 Avril) ont été effectuées sur ASTEC 3. La température extérieure est issue d'un fichier de données dont les valeurs correspondent à la température de la région parisienne.

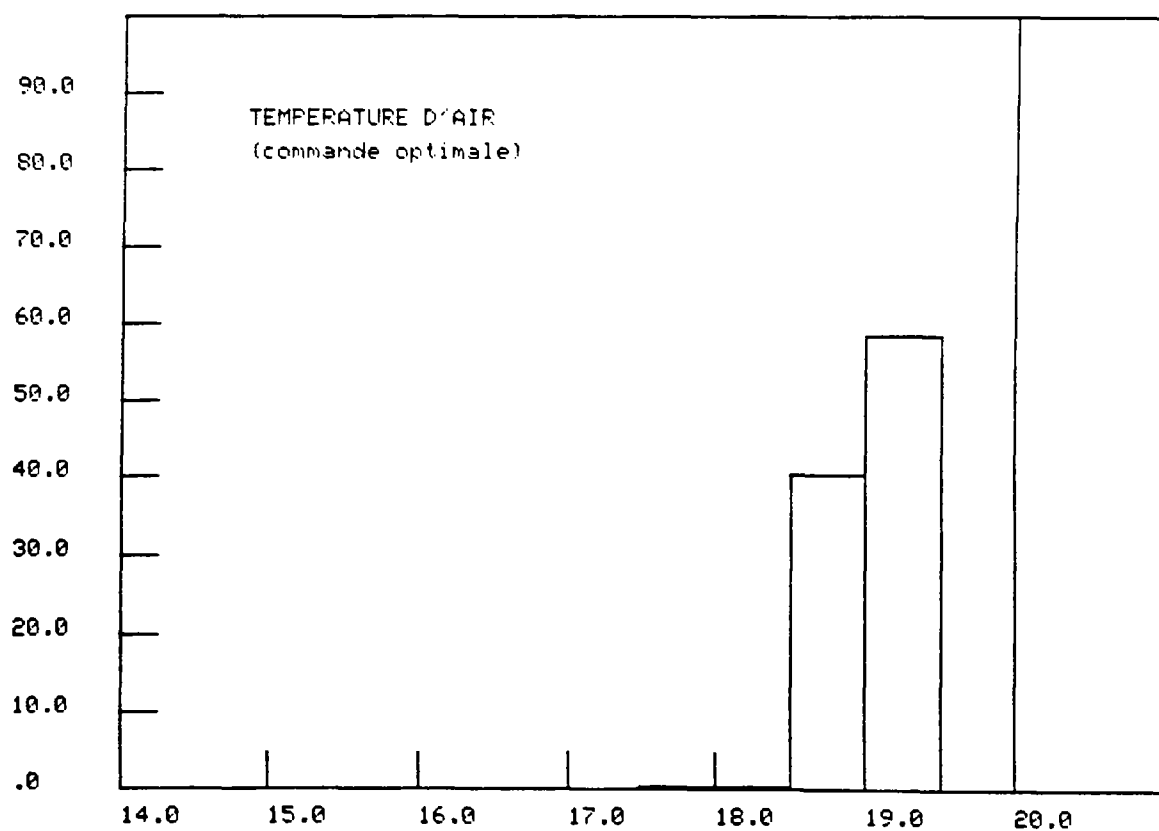
Les résultats des simulations sont résumés dans les figures 12-8, 12-9 et 12-10, ainsi que dans le tableau 12-5.



**Figure 12-8 : Température Intérieure : Modèle de référence**



**Figure 12-9 : Température Intérieure : "Mod.E"**



**Figure 12-10 : Température Intérieure : "Mod.G"**

Modèle	Consommation d'énergie ( kWh )	Température d'air maximale ( °C )	Température d'air minimale ( °C )	Température d'air moyenne ( °C )	Ecart- type ( °C )
Modèle de référence	131,0.10 <sup>4</sup>	19,27	18,01	19,03	0,08
Modèle E	131,0.10 <sup>4</sup>	19,40	17,73	19,00	0,24
Modèle G	131,1.10 <sup>4</sup>	19,27	18,20	19,00	0,14

**Tableau 12-5 : Consommations d'énergie et températures Intérieures pour différents modèles**

La figures 12-8 montre les températures intérieures du bâtiment pendant les périodes d'occupation tout au long de la saison de chauffage dans le cas où le modèle de référence est utilisé. Elle fait ressortir que la température intérieure est le plus souvent égale à celle de consigne : 19°C, et que la température moyenne est de 19,03°C (voir tableau 12-5), tandis que cette dernière est égale à 18,76°C dans le cas où la méthode d'auto-régulation n'est pas introduite. Cela est dû au fait que dans ce dernier cas, la commande autorise une faible erreur stationnaire pendant la période d'occupation. Il s'ensuit que la consommation énergétique est légèrement plus élevée lorsque la méthode d'auto-régulation est utilisée, mais un meilleur niveau de confort est obtenu.

Les figures 12-9 et 12-10 représentent la température intérieure pendant les périodes d'occupation lorsque les modèles approchés "Mod.E" et "Mod.G" sont respectivement utilisés. En les comparant avec les températures obtenues dans les cas où la méthode d'auto-régulation n'est pas appliquée (voir tableau 12-4), il ressort que le niveau de confort est largement amélioré par l'auto-régulation. Les températures moyennes dans ces deux cas sont respectivement de 19,00°C et de 19,06°C, alors que celles obtenues dans les simulations sans auto-régulation sont de 17,92°C et de 19,40°C. On remarque par ailleurs que pour la commande avec auto-régulation les températures intérieures pendant les périodes d'occupation sont beaucoup moins dispersées. Dans les cas où le modèle "Mod.E" est utilisé, les températures maximale et minimale sont respectivement de 19,4°C et de 17,73°C avec un écart-type de 0,24°C. Pour le modèle "Mod.G", l'intervalle de température est compris entre 18,2°C et 19,27°C, et l'écart-type est de 0,14°C.

En ce qui concerne la consommation énergétique, la méthode d'auto-régulation, lorsque le modèle utilisé est "Mod.G", permet une économie de 6,3 % par rapport à celle obtenue au cas sans auto-régulation. Par contre, cette consommation est plus élevée quand le modèle "Mod.E" est utilisé. Mais dans ce dernier cas, le niveau de confort est amélioré parce que la température moyenne passe de 17,92°C à 19,00°C.

Le tableau 12-5 présente les consommations d'énergie, les températures intérieures maximales et minimales lorsque le modèle de référence et les modèles approchés "Mod.E" et "Mod.G" sont utilisés. Nous constatons qu'il existe très peu de différence entre les valeurs obtenues dans ces trois cas. Il en résulte que l'apport de la méthode d'auto-régulation permet à la commande optimale de prévoir précisément la durée de préchauffage et de contrôler parfaitement la température du bâtiment, que ce soit avec le modèle de bâtiment exact ou avec le modèle imprécis.

Nous avons étudié dans ce chapitre la sensibilité de la commande optimale vis-à-vis d'erreurs du modèle. Les résultats des simulations montrent que si les paramètres du modèle sont connus avec des erreurs inférieures à 10 % par rapport aux paramètres exacts, les conséquences sur la qualité de la commande sont peu importantes.

Pour que la commande puisse s'adapter aux modèles imprécis et être plus fiable, nous avons ajouté une fonction d'annulation des erreurs stationnaires et proposé une méthode d'auto-réglage. Les résultats obtenus par les simulations montrent que ces méthodes sont très efficaces. Non seulement elles peuvent éliminer les erreurs de commande dues aux imprécisions du modèle, mais aussi faciliter le choix du paramètre du critère à minimiser  $U_a$ . Ces méthodes sont de plus très faciles à réaliser. Il suffit en effet d'ajouter deux éléments complémentaires dans l'équation de la commande sans modifier sa structure.

Il faut noter que dans les utilisations pratiques les paramètres identifiés du modèle comportent toujours des erreurs. Grâce à la méthode d'auto-réglage et à la fonction d'annulation des erreurs stationnaires, la commande optimale devient ainsi plus fiable et plus pratique à mettre en oeuvre.

### **13 – APPLICATION DE LA COMMANDE OPTIMALE AU SYSTEME DE CHAUFFAGE AVEC UNE CHAUDIERE A CHARBON**

L'objectif de cette étude est de rechercher une stratégie de commande pour des systèmes de chauffage utilisant comme mode de production une chaudière à charbon, dans les cas de bâtiments occupés de façon discontinue. Nous avons décrit dans le chapitre 3 un modèle fin de chaudière à charbon qui nous a servi, entre autre, à l'établissement d'un modèle simplifié de chaudière à charbon. Nous avons également étudié une stratégie de commande optimale basée sur le principe d'optimisation quadratique et ses applications aux systèmes de chauffage intermittent. Les principaux avantages de cette stratégie de commande tiennent dans sa simplicité, son efficacité et sa souplesse. De plus, en ajoutant à cette commande optimale la méthode d'auto-régulation nous avons vu que cela permettait à la commande de corriger progressivement ses erreurs dues à l'imprécision du modèle ou à d'autres causes.

Mais dans toutes les simulations effectuées ci-avant, le système de chauffage n'a jamais été pris en compte en tant que tel si ce n'est à travers l'hypothèse d'un flux de chaleur instantané. Si les installations de chauffage ont une inertie faible, cette hypothèse est acceptable. Par contre, quand il s'agit d'une installation de chauffage à eau chaude avec chaudière à charbon, l'inertie de l'installation de chauffage devient donc non négligeable (la constante de temps est de l'ordre de 5 heures). Pour la régulation des systèmes de chauffage intermittent, la forte inertie de l'installation de chauffage exige une durée de préchauffage plus longue que celle nécessaire lorsque l'installation de chauffage possède une inertie plus faible. Il s'ensuit, dans le cas des installations de chauffage avec chaudière à charbon, que le flux de chauffage ne peut plus être traité comme un flux de chaleur instantané. En conséquence, le modèle du système de chauffage doit tenir compte simultanément du bâtiment et des effets d'inertie du dispositif de chauffage qui comporte essentiellement la chaudière et le réseau de distribution de chaleur.

Dans ce chapitre, nous étudierons les applications de la commande optimale basée sur le principe d'optimisation quadratique aux systèmes de chauffage intermittent avec une chaudière à charbon à forte inertie.

Afin que la commande optimale puisse prendre en compte les inerties de la chaudière et du réseau d'eau, le modèle utilisé doit comprendre à la fois le bâtiment et l'installation de chauffage. Le développement d'un tel modèle simplifié fait l'objet du sous-chapitre 13-1.

Par ailleurs, un modèle fin de système de chauffage est construit à l'aide du progiciel ASTEC 3, pour que les simulations puissent être effectuées dans des environnements plus proches de la réalité. Ce modèle est constitué d'un modèle simplifié de bâtiment, d'un modèle fin de chaudière à charbon, d'un modèle de réseau d'eau (y compris les tuyaux, la vanne trois voies), d'émetteurs, etc... . Ce modèle est utilisé pour la réalisation de simulations de systèmes de chauffage.

Nous effectuons d'abord une simulation dans laquelle le calcul de la commande optimale est basé uniquement sur un modèle simplifié du bâtiment. Nous pouvons ainsi évaluer l'influence de l'inertie de l'installation de chauffage sur la régulation du chauffage intermittent.

Enfin, nous étudions, par simulations, l'application de la commande optimale aux systèmes de chauffage avec chaudière à charbon. Dans ce cas, le calcul de la commande est basé sur le modèle regroupant à la fois le bâtiment et l'installation de chauffage. Nous verrons que la stratégie de la commande proposée est également applicable et efficace pour des systèmes de chauffage utilisant la chaudière à charbon.



### 13.1 – Modèle simplifié de système de chauffage avec une chaudière à charbon

Le système de chauffage avec une chaudière à charbon peut être représenté succinctement par la figure 13-1. C'est une boucle classique à eau chaude avec chaudière à charbon, bouteille casse-pression, vanne trois voies, pompe, émetteurs, tuyaux et bâtiment.

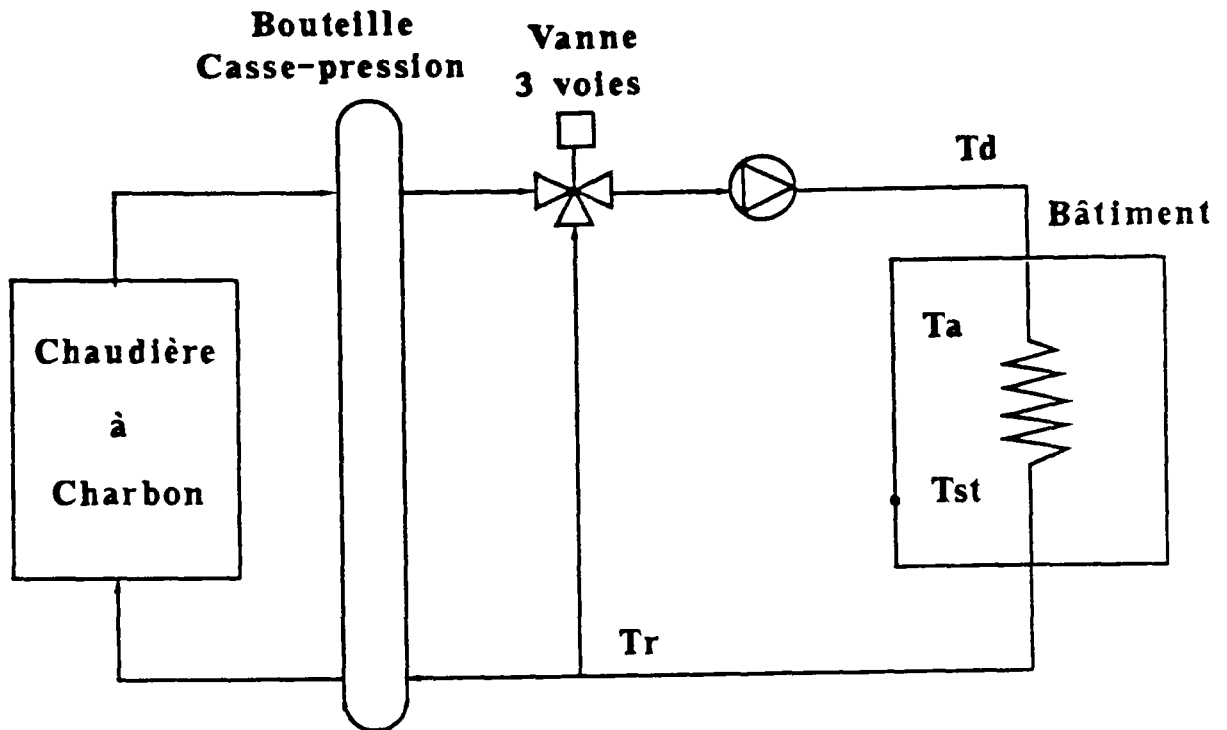


Figure 13.1 :

Les équations du modèle simplifié de ce système se basent sur des bilans énergétiques et sur le bilan massique du charbon sur la grille ; elles sont les suivantes :

#### a) Bilan énergétique sur l'air

$$C_{ta} \frac{dT_a}{dt} = -K_{a1} \cdot (T_a - T_{st}) - K_{a2} \cdot (T_a - T_{ex}) + c_{me} \cdot D_e \cdot (T_d - T_r) \quad (13-1)$$

où  $C_{ta}$  : Capacité thermique de l'air du mobilier et des parois légères dans le bâtiment

$c_{me}$  : Chaleur massique de l'eau

$D_e$  : Débit d'eau

$K_{a1}, K_{a2}$  : Conductances thermiques.

A partir du modèle de l'émetteur [NIBE.88], on obtient :

$$c_{me} \cdot D_e \cdot (T_d - T_r) = A \cdot (T_d - T_a)^b$$

avec A : Coefficient d'échange de l'émetteur  
b : Exposant de la loi d'émission.

Afin d'obtenir un modèle linéaire nécessaire pour le calcul de la commande, nous admettons que l'émission de l'émetteur est une fonction linéaire de l'écart entre la température intérieure  $T_a$  et la température d'eau  $T_d$ , soit  $b = 1$ . Cela conduit à :

$$c_{me} \cdot D_e \cdot (T_d - T_r) = K_{a3} \cdot (T_d - T_a) \quad (13-2)$$

où  $K_{a3} = A$

L'équation (13-1) devient donc :

$$C_{ta} \frac{dT_a}{dt} = -K_{a1} \cdot (T_a - T_{st}) - K_{a2} \cdot (T_a - T_{ex}) + K_{a3} \cdot (T_d - T_a) \quad (13-3)$$

#### b) Bilan énergétique sur la structure du bâtiment

$$C_{ts} \frac{dT_{st}}{dt} = K_{s1} \cdot (T_a - T_{st}) + K_{s2} \cdot (T_{ex} - T_{st}) \quad (13-4)$$

dans laquelle  $C_{ts}$  est la capacité thermique de la structure du bâtiment, et  $K_{s1}$  et  $K_{s2}$  sont des paramètres constants.

c) Bilan massique de la masse du charbon (la combustion du charbon)

A partir du modèle simplifié de chaudière à charbon, nous pouvons établir l'équation du bilan massique du charbon sur la grille :

$$\frac{dM_c}{dt} = -V_{mc} \cdot M_c + (1 - \theta_v) \cdot D_c \quad (13-5)$$

avec :

$M_c$  : Masse du charbon dans la chaudière

$V_{mc}$  : Vitesse massique de combustion

$D_c$  : Débit du charbon

$\theta_v$  : Taux des matières volatiles de charbon.

Nous supposons que la vitesse massique de la combustion est constante afin de simplifier le calcul des paramètres.

d) Bilan énergétique du circuit d'eau

En combinant la capacité du réseau d'eau avec celle de la chaudière et à partir de l'équation (7-20) du modèle simplifié de chaudière à charbon, on obtient l'équation de bilan énergétique sur l'ensemble de la boucle d'eau :

$$\begin{aligned} C_{tc} \frac{dT_d}{dt} &= -c_{me} \cdot D_e \cdot (T_d - T_r) + QCH - P_{pa} - P_{fm} \\ &= -K_{a3} \cdot (T_d - T_a) + QCH - Q_{pa} - Q_{fm} \end{aligned} \quad (13-6)$$

avec :

$C_{tc}$  : Capacité thermique du circuit d'eau et de la chaudière

$QCH$  : Energie utile dégagée par la combustion du charbon.

$P_{pa}$  : Energie transférée à l'air ambiant

$P_{fm}$  : Energie perdue par les fumées.

Pour une raison de simplification, nous considérerons que le rendement de la chaudière et l'énergie transférée à l'air ambiant sont constants ; on obtient donc :

$$QCH - P_{pa} - P_{fm} = R_c \cdot QCH = R_c \cdot PCI \cdot (V_{mc} \cdot M_c + \theta_v \cdot D_c)$$

où  $R_c$  : Rendement du système de chauffage.

L'équation (13-6) devient alors :

$$C_{tc} \frac{dT_d}{dt} = -K_{a3} \cdot (T_d - T_a) + R_c \cdot PCI \cdot (V_{mc} \cdot M_c + \theta_v \cdot D_c) \quad (13-7)$$

Les équations (13-3), (13-4), (13-5) et (13-7) constituent donc le modèle du système de chauffage avec une chaudière à charbon. C'est un modèle linéaire du quatrième ordre ; ses quatre états sont  $T_a$ ,  $T_{st}$ ,  $T_d$  et  $M_c$ .

Ce modèle du système de chauffage peut être également représenté sous la forme suivante :

$$\begin{cases} X_c = A_c \cdot X + B_c \cdot U + E_c \cdot W \\ Y_c = C_c \cdot X \end{cases} \quad (13-8)$$

dans laquelle :

$$X_c^T = (T_a, T_{st}, T_d, M_c)$$

$$Y_c^T = (T_a, T_{st})$$

$$U = D_c \quad W = T_{ex}$$

Les matrices  $A_c$ ,  $B_c$ ,  $E_c$  et  $C_c$  ont respectivement comme dimension (4,4), (1,4), (1,4) et (2,4). Elle s'écrivent :

$$A_c = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

$$B_c^T = \begin{bmatrix} \frac{-K_{a1} - K_{a2} - K_{a3}}{C_{ta}} & \frac{K_{a1}}{C_{ta}} & \frac{K_{a3}}{C_{ta}} & 0 \\ \frac{K_{s1}}{C_{ts}} & \frac{-K_{s1} - K_{s2}}{C_{ts}} & 0 & 0 \\ \frac{K_{a3}}{C_{tc}} & 0 & \frac{-K_{a3}}{C_{tc}} & \frac{R_c \cdot PCI \cdot V_{mc}}{C_{tc}} \\ 0 & 0 & 0 & -V_{mc} \end{bmatrix}$$

$$E_c^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & R_c \cdot PCI \cdot \theta_v & (1 - \theta_v) \end{bmatrix}$$

$$E_c^T = \begin{bmatrix} \frac{k_{a2}}{C_{ta}} & \frac{k_{a3}}{C_{ts}} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La chaudière à charbon de ce système est la même que celle que nous avons modélisée précédemment (cf. chapitre 4), de puissance nominale 1600 kW. Le même type de charbon est utilisé ici. En supposant que la vitesse d'air qui traverse la grille de chaudière est constante et que l'excès d'air est de 60 %, nous pouvons déduire la valeur de la vitesse massique de la combustion :

$$V_{mc} = 5,176 \times 10^{-4} \quad (\text{kg/kg.s})$$

Nous supposons que le rendement du circuit d'eau R est égal à 85 % et est constant.

La capacité thermique de la chaudière et du réseau d'eau a une valeur de 221,6 MJ/K.

Pour adapter la puissance de la chaudière au bâtiment, nous avons fixé le volume du bâtiment à 65 520 m<sup>3</sup>. Ce bâtiment correspond à celui modélisé précédemment (voir chapitre 7), à l'exception de son volume qui est quatorze fois plus grand maintenant.

Afin de simplifier la modélisation du bâtiment, nous supposons que les valeurs des deux capacités ( $C_1$ ,  $C_2$ ) et des trois résistances ( $R_{ei}$ ,  $R_{mi}$ ,  $R_{em}$ ) du modèle de bâtiment peuvent être obtenues à partir des valeurs identifiées, au prorata des volumes.

A partir de ces informations, les valeurs des matrices  $A_c$  et  $E_c$  peuvent être déterminées. Nous obtenons alors :

$$A_c = \begin{bmatrix} -9,156 \cdot 10^{-4} & 8,121 \cdot 10^{-4} & 5,385 \cdot 10^{-5} & 0 \\ 6,783 \cdot 10^{-5} & -7,115 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 \\ 1,017 \cdot 10^{-4} & 0 & -1,017 \cdot 10^{-4} & 5,755 \cdot 10^{-5} \\ 0 & 0 & 0 & -5,176 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 6,380 \cdot 10^6 & 0,760 \end{bmatrix}$$

$$E_c^T = \begin{bmatrix} 4,972 \cdot 10^{-5} & 3,326 \cdot 10^{-6} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les constantes de temps de ce système sont respectivement : 0,28h ; 42,7h ; 2,3h et 0,6h.

Nous pouvons déduire, à partir du modèle développé ci-dessus, un modèle de système de chauffage en état discret qui puisse servir au calcul de la commande.

L'équation correspondant à ce modèle a la forme :

$$\begin{cases} X(i+1) = A \cdot X(i) + B \cdot U(i) + E \cdot W(i) \\ Y(i) = C \cdot X(i) \end{cases} \quad (13-9)$$

dans laquelle :

$$X^T = (T_a, T_{st}, T_d, M_c)$$

$$Y^T = (T_a, T_{st})$$

$$U = D_c \quad W = T_{ex}$$

Les matrices A, B, E et C ont respectivement pour dimension (4,4), (1,4), (1,4) et (2,4) et les valeurs suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} 4,5282 \cdot 10^{-1} & 4,8182 \cdot 10^{-1} & 3,1609 \cdot 10^{-2} & 8,0416 \cdot 10^{-4} \\ 4,0432 \cdot 10^{-2} & 9,5454 \cdot 10^{-1} & 1,0875 \cdot 10^{-3} & 1,8007 \cdot 10^{-5} \\ 5,9697 \cdot 10^{-2} & 2,4589 \cdot 10^{-2} & 9,1411 \cdot 10^{-1} & 3,9453 \cdot 10^{-2} \\ 0 & 0 & 0 & 6,2758 \cdot 10^{-1} \end{bmatrix}$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 2,7001 \cdot 10^{-1} & 4,3452 \cdot 10^{-3} & 19,4592 & 719,4596 \end{bmatrix}$$

$$E^T = \begin{bmatrix} 3,1561 \cdot 10^{-2} & 3,9547 \cdot 10^{-3} & 1,5674 \cdot 10^{-3} & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Pour compenser les perturbations de la température extérieure, le modèle du système de chauffage est décomposé en deux parties. La première contient le modèle du système sans perturbation de la température extérieure (modèle de base). L'autre représente l'influence de cette dernière (modèle complémentaire).

#### - Le modèle de base

L'équation du modèle de base a la forme suivante :

$$\begin{cases} X_1(i+1) = A_1 \cdot X_1(i) + B_1 \cdot U(i) \\ Y_1(i) = C_1 \cdot X_1(i) \end{cases} \quad (13-10)$$

avec :  $A_1 = A \quad B_1 = B \quad C_1 = C$

- Le modèle complémentaire s'exprime comme suit :

$$\begin{aligned} X_2(i+1) &= A_2 \cdot X_2(i) + B_2 \cdot U(i) \\ Y_2(i) &= C \cdot X_1(i) \end{aligned} \quad (13-11)$$

avec :  $A_2 = A$        $B_1 = E$        $C_2 = C$

Nous avons évidemment :

$$X = X_1 + X_2 \quad ; \quad Y = Y_1 + Y_2$$

### **13.1 - Modèle détaillé du système de chauffage avec chaudière à charbon**

Nous avons développé, à l'aide du progiciel ASTEC 3, un modèle de système de chauffage comprenant le modèle de bâtiment, le modèle de l'installation de chauffage et celui de la chaudière à charbon. Les simulations du système de chauffage sont basées sur ce modèle.

Le système de chauffage modélisé est représenté dans la figure (13-1) (voir la page 160). Pour établir le modèle d'un tel système de chauffage, il faut développer, pour chaque composant du système, un modèle qui puisse décrire le comportement dynamique de cet élément.

Nous avons établi dans la première partie de ce travail un modèle fin de chaudière à charbon qui répond à ce type d'application.

Le modèle de bâtiment utilisé correspond à celui décrit au chapitre 11.

Les modèles d'émetteur, de tuyaux, de vanne trois voies, de bouteille casse-pression et de pompe existent déjà et sont décrits dans la littérature [NIBE.88], [CACC.91]. Nous rappelons ci-dessous très brièvement les caractéristiques de ces modèles.

### 13.1.1 - MODELE D'EMETTEUR

L'émetteur est modélisé en le discrétisant en plusieurs éléments isothermes disposés en série, caractérisés par leur température moyenne, par le débit qui les traverse et par les capacités calorifiques de l'eau et de son contenant.

Pour une tranche  $i$  d'émetteur, l'équation du bilan énergétique peut être établie de la façon suivante :

$$C_{emi} \frac{dT_i}{dt} = E_i - D_e \cdot c_{me} \cdot (T_{i-1} - T_i)$$

dans laquelle :

$D_e$	: Débit d'eau dans l'émetteur	(kg/s)
$c_{me}$	: Chaleur massique de l'eau	(J/kg.K)
$C_{emi}$	: Capacité calorifique globale de la tranche $i$	(J/K)
$T_i$	: Température de sortie de la tranche $i$	(°C)
$T_{i-1}$	: Température d'entrée de la tranche $i$	(°C)
$E_i$	: Emission de chaleur pour la tranche $i$	(W)

L'émission de l'émetteur est généralement une fonction non-linéaire de l'écart entre la température de la tranche  $i$  et celle de l'air du local  $T_a$ . Nous avons alors :

$$E_i = A_i \cdot (T_i - T_a)^b$$

avec :

$A_i$	: Coefficient d'émission	(W/°C)
$b$	: Exposant de la loi d'émission.	

Dans le modèle utilisé ici, le nombre de tranches de l'émetteur est fixé à quatre.

### 13.1.2 - MODELE DE TUYAU

Le tuyau est modélisé selon le même principe que celui utilisé dans la modélisation de l'émetteur, à l'exception que les échanges thermiques entre le tuyau et l'air sont considérés comme une fonction linéaire. Ce qui traduit par :

$$E_i = A_i \cdot (T_i - T_a)$$

Le nombre de tranches dépend de la longueur du tuyau.



### 13.1.3 - MODELE DE VANNE A TROIS VOIES

Le modèle de vanne à trois voies a pour objet de déterminer, à partir d'une commande en vitesse donnée par un régulateur, un débit d'eau dans la voie directe et une température d'eau en sortie de la vanne de trois voies. La vanne est considérée comme parfaitement isolée du point de vue thermique. La caractéristique de la vanne est supposée linéaire. La position du clapet de la vanne varie entre 0 (vanne fermée) et 1 (vanne ouverte).

L'équation de base du modèle est la suivante :

$$\frac{dP_{os}}{dt} = V_c$$

avec :

$P_{os}$  : Position du clapet de la vanne

Si  $P_{os} > 1$  alors  $P_{os} = 1$

Si  $P_{os} < 0$  alors  $P_{os} = 0$

$V_c$  : Commande en vitesse.

Le débit d'eau dans la voie directe  $Q_d$  est égal à :

$$Q_d = F_c \cdot Q_r$$

où :  $F_c$  : Fraction du débit d'eau total traversant la voie directe

$Q_r$  : Débit d'eau circulant dans le réseau secondaire.

La température d'eau en sortie de vanne trois voies  $T_s$  peut être calculée à partir de l'équation suivante :

$$T_s = \frac{T_d \cdot Q_d + T_b \cdot (Q_r - Q_d)}{Q_r}$$

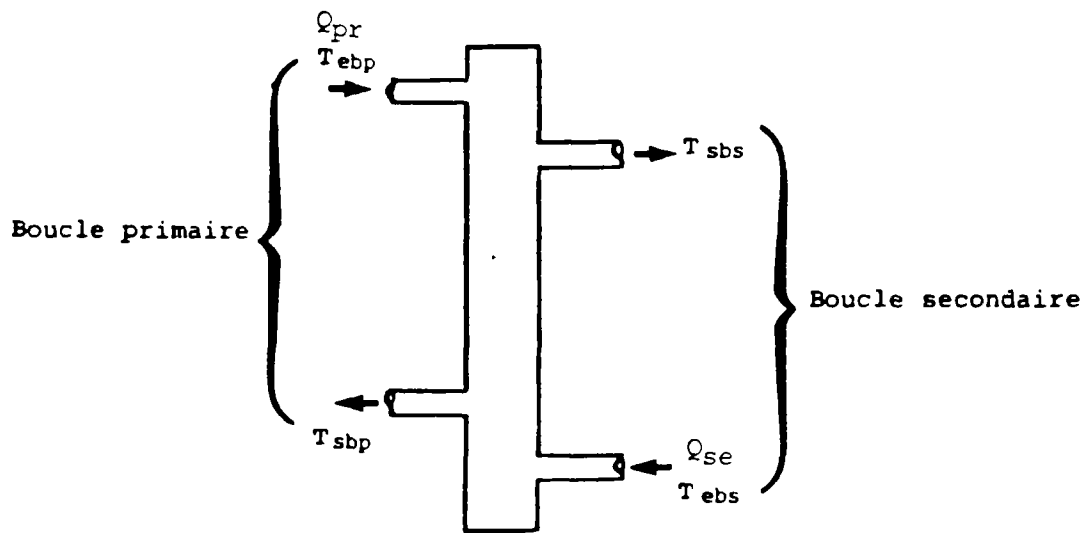
dans laquelle :

$T_d$  : Température d'eau dans la voie directe

$T_b$  : température d'eau dans la voie bipasse.

### 13.1.4 - MODELE DE BOUTEILLE CASSE-PRESSION

La bouteille casse-pression réalise le mélange de deux fluides à températures différentes provenant respectivement de la boucle primaire et de la boucle secondaire (voir la figure 13-2).



**Figure 13-2 : Bouteille casse-pression**

Le calcul du modèle s'effectue uniquement au niveau de la température. Les températures en sortie de bouteille sont supposées homogènes.

Les températures d'eau en sortie de boucle primaire  $T_{sbp}$  et en sortie de boucle secondaire  $T_{sbs}$  peuvent être déterminées à partir des équations suivantes :

Si  $Q_{pr} > Q_{se}$

$$T_{sbp} = \frac{Q_{se} \cdot T_{ebs} + (Q_{pr} - Q_{se}) \cdot T_{ebp}}{Q_{pr}}$$

$$T_{sbs} = T_{ebp}$$

Sinon :

$$T_{sbs} = \frac{Q_{pr} \cdot T_{ebp} + (Q_{se} - Q_{pr}) \cdot T_{ebs}}{Q_{se}}$$

$$T_{sbp} = T_{ebs}$$

avec :

$Q_{pr}$  : Débit d'eau circulant dans la boucle primaire

$Q_{se}$  : Débit d'eau circulant dans la boucle secondaire.

### 13.1.6 - MODELE DE POMPE

Le modèle de pompe est un modèle très simplifié qui génère un débit d'eau dont la valeur peut être, selon la commande donnée, soit nulle, soit égale au débit nominale de la pompe.

Avec l'ensemble des modèles décrits ci-dessus, nous pouvons effectuer, à l'aide du progiciel ASTEC 3, les simulations de la commande de systèmes de chauffage avec chaudière à charbon.

### 13.3 - Influence de l'inertie de l'installation de chauffage

Dans les simulations effectuées précédemment, le flux de chauffage a été considéré comme un flux de chaleur instantané, les inerties de la chaudière et du réseau d'eau ont donc été négligées. Lorsque ces inerties sont faibles par rapport à celle du bâtiment, cette simplification n'entraîne pas de conséquence négative importante.

Par contre, si les inerties de la chaudière et du réseau d'eau sont relativement grandes par rapport à celles du bâtiment, cette simplification peut altérer la qualité des résultats de la commande, en particulier, elle peut introduire des erreurs sur la prédiction de la durée de préchauffage.

Afin d'estimer l'influence des inerties de la chaudière et du réseau d'eau, nous avons effectué une simulation dans laquelle la détermination de la stratégie de commande optimale est obtenue à partir uniquement du modèle de bâtiment. Autrement dit, le calcul des paramètres de la commande ne tient pas compte des inerties de la chaudière et du réseau d'eau.

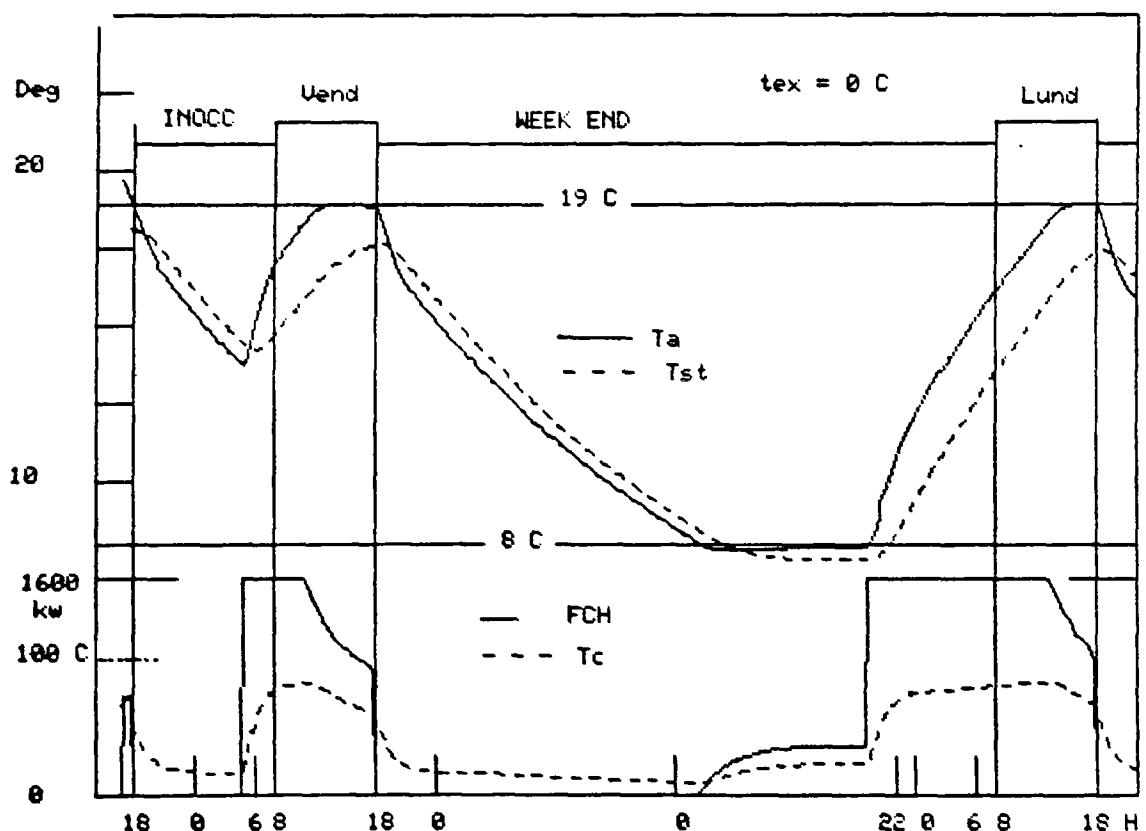


Figure 13-3 : Commande optimale : Influence de l'inertie de l'installation de chauffage

La figure 13-3 représente le scénario de la commande optimale lorsque le critère de confort dépend uniquement de la température intérieure. La température extérieure est de 0°C dans cette simulation.

Nous constatons que, lorsque la commande demande la puissance maximum pendant la période de préchauffage (voir le courbe FCH), la puissance réelle du chauffage ne correspond pas à cette demande, puisque au début de la période de préchauffage, la température de départ d'eau  $T_d$  est loin de sa valeur maximale. Il faut environ quatre heures pour que cette température puisse atteindre sa valeur maximale. La durée de préchauffage déterminée par la commande n'est donc pas suffisamment longue. Il s'ensuit qu'à la fin de la période d'inoccupation, la température du bâtiment est largement inférieure à celle de la consigne.

Cette simulation montre que, dans les cas où les inerties de la chaudière à charbon et du réseau d'eau sont importantes, il est nécessaire de les prendre en compte dans le calcul des paramètres de la commande optimale.

### **13.4 - Commande optimale du système de chauffage avec une chaudière à charbon**

#### **13.4.1 - PARAMETRES DE LA COMMANDE OPTIMALE**

Nous présentons dans ce sous chapitre un exemple d'application de la commande optimale à un système de chauffage à chaudière à charbon.

Le modèle utilisé pour développer l'algorithme de la commande est identique à celui présenté dans le sous chapitre 13-1 qui est le suivant :

$$\begin{aligned} X(i+1) &= A \cdot X(i) + B \cdot U(i) + E \cdot W(i) \\ Y(i) &= C \cdot X(i) \end{aligned} \quad (13-12)$$

avec :

$$X^T = (T_a, T_{st}, T_d, M_c)$$

$$Y^T = (T_a, T_{st})$$

$$U = D_c \quad W = T_{ex}$$

Pour simplifier le calcul des paramètres, nous donnons au critère à minimiser  $J$  la forme suivante :

$$J = \sum_{i=1}^N \{ e(i)^T \cdot Q \cdot e(i) + [U(i) - U_a]^T \cdot R \cdot [U(i) - U_a] \} \quad (13-13)$$

avec :  $e(i) = Y(i) - Z$

Lorsque le critère de confort dépend à la fois des températures intérieure et de structure, nous avons :

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0,41 \\ 0,41 & 0,18 \end{bmatrix}$$

Lorsque le critère de confort dépend uniquement de la température intérieure, nous avons :

$$Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Par simulations, nous obtenons la valeur de R qui est de 8000.

La puissance moyenne pour une saison de chauffage  $U_m$  est égale à :

$$U_m = G.V_m.(T_c - T_m) = 0,5 \times 65\,520 \times (19-6) = 425\,880 \text{ (W)}$$

La puissance maximale de la chaudière  $U_{max}$  est de 1 600 kW.

$U_a$  est calculé à partir de l'équation (11-19) ; on a donc :

$$U_a = U_{max} - \sqrt{U_{max} \cdot U_m} = 1600.10^3 - \sqrt{1\,600.10^3 \cdot 425\,880} = 774\,526 \text{ W}$$

Puisque dans le modèle du système, la commande correspond au débit de charbon, et non à la puissance de la chaudière, la valeur de  $U_a$  devient :

$$U_a = 774\,526 / \text{PCI} = 0,025$$

L'équation de la commande optimale pour la période d'occupation est la suivante :

$$U_o(i) = -l_1 \cdot T_a(i) - l_2 \cdot T_{st}(i) - l_3 \cdot T_d(i) - l_4 \cdot M_c(i) + s \cdot T_c + v \cdot T_{ex}(i) \quad (13-14)$$

Lorsque le critère de confort dépend uniquement de la température intérieure, nous obtenons, à partir de l'équation de (11-7), les paramètres de la commande pour la période d'occupation :

$$\begin{array}{lll} l_1 = -1,087.10^{-3} & l_2 = -1,155.10^{-2} & l_3 = -6,207.10^{-4} \\ l_4 = -6,582.10^{-5} & s = 1,527.10^{-2} & v = -2,014.10^{-3} \end{array}$$

Lorsque le critère de confort dépend simultanément de la température intérieure et de celle de structure, les paramètres de la commande deviennent :

$$\begin{aligned} l_1 &= -1,015.10^{-3} & l_2 &= -1,176.10^{-2} & l_3 &= -5,289.10^{-4} \\ l_4 &= -6,629.10^{-5} & s &= 1,537.10^{-2} & v &= -2,065.10^{-3} \end{aligned}$$

L'équation de la commande pendant la période d'inoccupation s'écrit :

$$\begin{aligned} U_{in}(i) &= -l_1(i) \cdot T_a(i) - l_2(i) \cdot T_{st}(i) - l_3(i) \cdot T_d(i) - l_4(i) \cdot M_c(i) \\ &+ s(i) \cdot T_c + h_{a2}'(i) \cdot U_a + v(i) \cdot T_{ex}(i) \end{aligned} \quad (13-15)$$

Les paramètres de la commande pour cette période sont calculés à partir de l'équation (11-10).

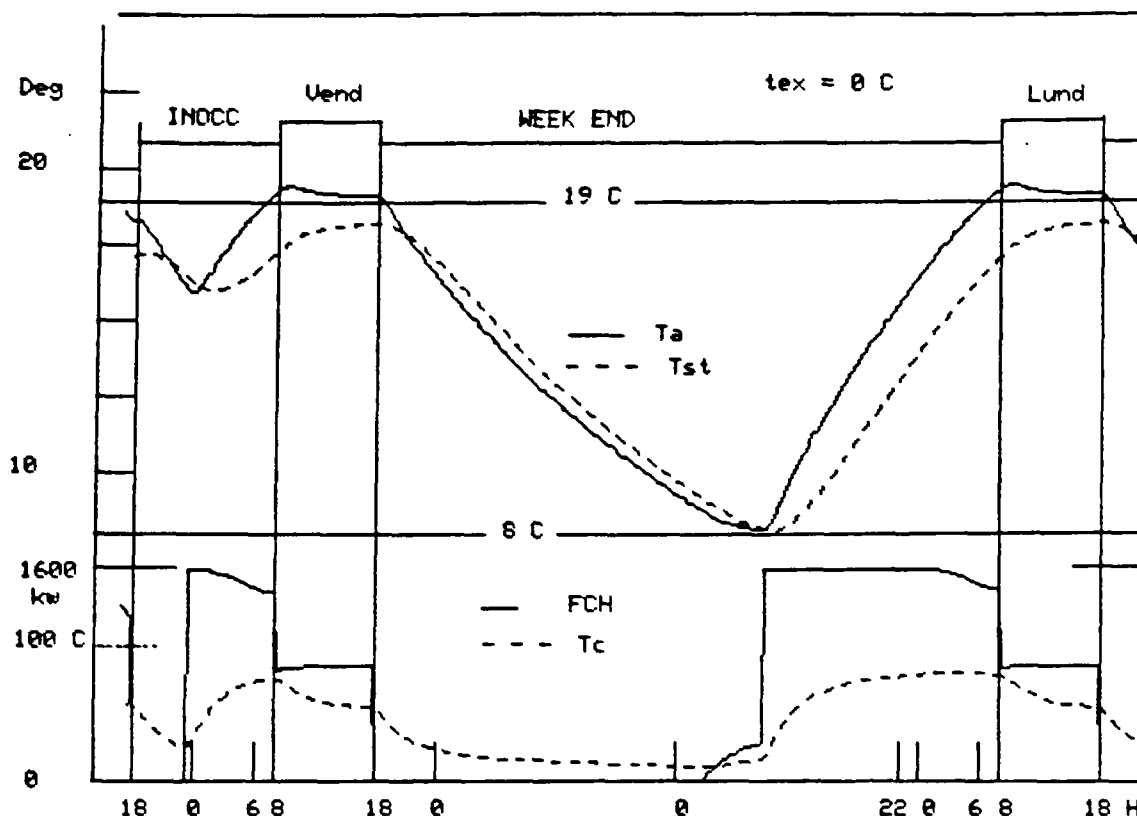
### 13.4.2 - RESULTATS DE SIMULATIONS

#### 13.4.2.1 - Simulation 1: Fonctionnement de la commande optimale

Nous avons effectué deux simulations en utilisant les équations de la commande définie ci-dessus. Les simulations couvrent une période de chauffage du jeudi au lundi. La température extérieure est constante et égale à 0°C.

La figure (13-4) schématise le scénario de la commande où le critère de confort dépend uniquement de la température intérieure.





**Figure 13-5 :** Commande optimale du système de chauffage avec chaudière à charbon :  
Critère de confort : température intérieure et de structure

Ces résultats font ressortir que dans le cas où l'inertie de l'installation de chauffage est relativement grande, il est nécessaire d'intégrer l'installation de chauffage dans le modèle du système pour que la commande puisse tenir compte de l'inertie de cette installation.

Il convient de noter que la prise en compte de l'installation de chauffage dans le modèle du système, autrement dit l'augmentation de la dimension du modèle n'apporte aucune difficulté supplémentaire au calcul de la commande optimale. Pour le système agrandi (du quatrième ordre), ce calcul est réalisé à partir du même type d'équation algébrique que celui utilisé pour la commande du système de deuxième ordre, en ajoutant simplement soit deux paramètres (pour la période d'occupation), soit deux séries de paramètres (pour la période d'inoccupation) qui sont liés aux deux nouveaux états.

Dans les simulations effectuées ci-dessus, le bâtiment modélisé n'est pas identique à celui utilisé dans le chapitre 10. Le volume du bâtiment est quatorze fois plus grand. Le système de chauffage est également différent. Cependant, le paramètre  $U_a$  intervenant dans le critère à minimiser est évalué de la même façon. Les résultats de la commande sont également satisfaisants dans ces deux cas. Cela prouve que la méthode d'évaluation de ce paramètre que nous avons proposée convient pour des systèmes différents.

#### 13.4.2.2 - Simulation 2 : Commande optimale pour une saison de chauffage

Comme précédemment, les simulations pour une saison de chauffage ont pour objet d'évaluer la performance de la commande optimale, et d'estimer l'économie d'énergie apportée par cette commande. Deux types de simulations ont été effectuées pour des périodes de deux mois de chauffage (un mois d'hiver compris entre le 15 Décembre et le 15 Janvier et un mois en mi-saison compris entre le 15 Mars et le 15 Avril).



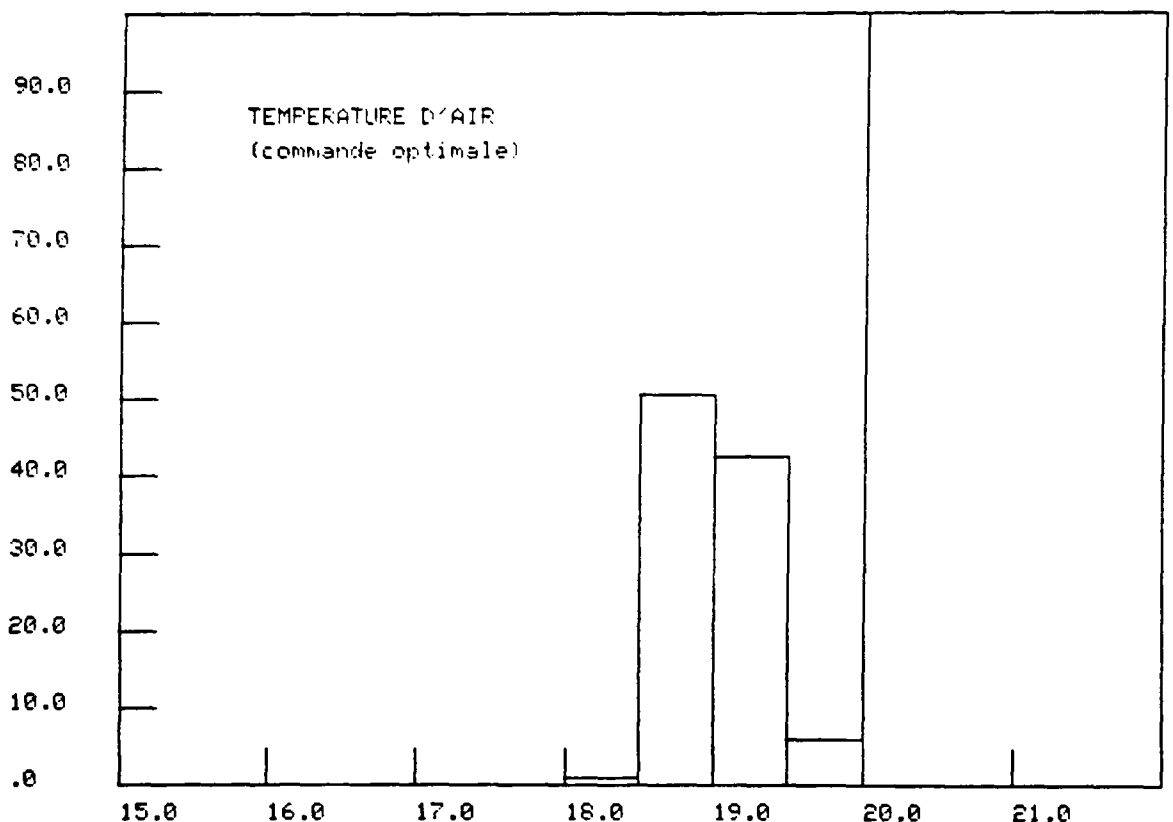
Le premier type de simulation correspond à la commande optimale basée sur le modèle qui comprend à la fois le bâtiment et l'installation de chauffage.

Le deuxième correspond à une régulation classique dont la durée de préchauffage est fixée pour toute la saison, et dont le contrôle de la température du bâtiment pendant la période d'occupation est assuré par un régulateur de type PI.

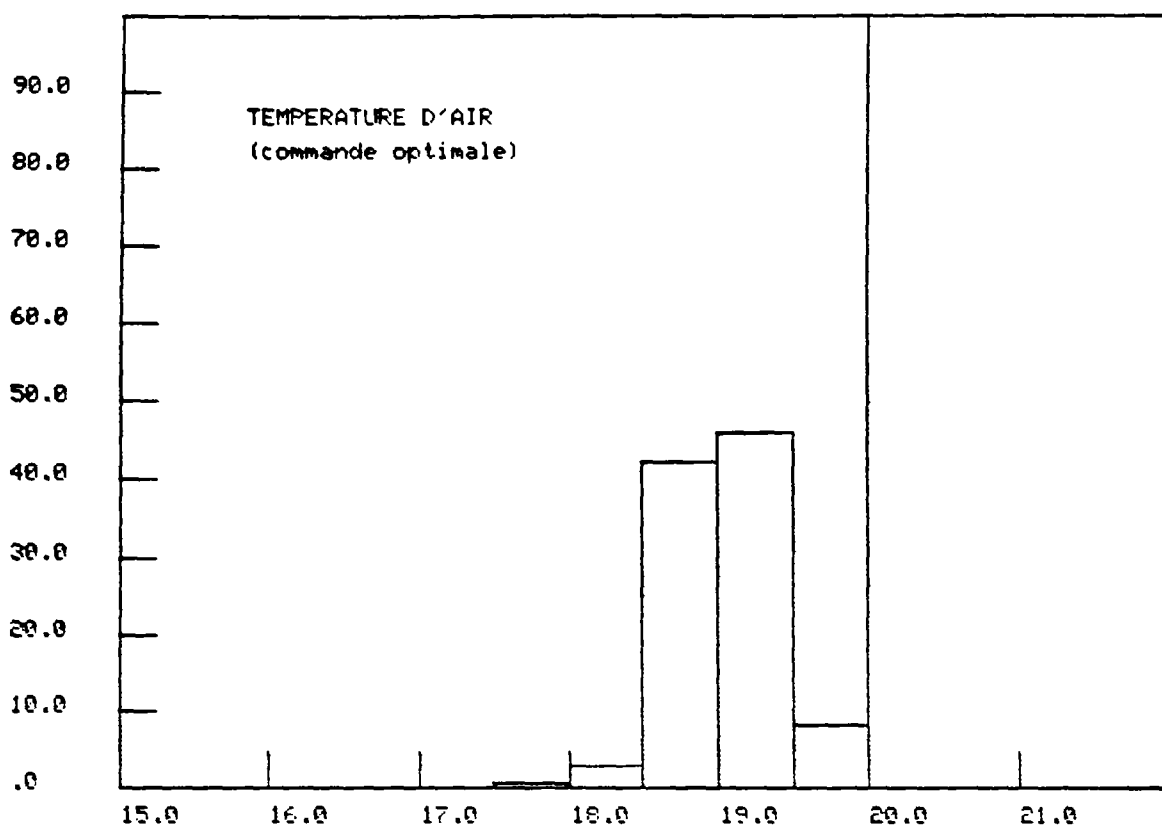
D'autre part, le mode de conduite de la chaudière à charbon est différent dans ces deux simulations. Dans la première simulation, une commande modulante est utilisée pour contrôler le débit de charbon selon la puissance demandée par la commande optimale. Par contre, pour la régulation classique, le débit de charbon est contrôlé par un régulateur tout ou rien. Nous pouvons ainsi évaluer l'impact des conduites de la chaudière à charbon (tout ou rien ou modulante) sur son rendement.

Le modèle utilisé dans ces deux simulations est celui décrit dans le sous chapitre 13-1. La température extérieure provient du fichier de données climatiques.

Les figures (13-6) et (13-7) représentent respectivement les histogrammes de la température intérieure pendant les période d'occupation pour le mois d'hiver et le mois de mi-saison dans le cas où la commande optimale est utilisée.



**Figure 13-6 : Commande optimale pour le mois d'hiver**



**Figure 13-7 : Commande optimale pour le mois de mi-saison**

On constate que la température moyenne d'air est respectivement de 19,01°C et de 19,02°C pour ces deux mois. La température maximale est de 19,83°C pour le mois d'hiver et de 19,86°C pour le mois de mi-saison. Les températures minimales sont respectivement de 18,44°C et de 17,96°C. Il n'existe que 0,24°C et 0,31°C d'écart type dans ces deux cas. Ces résultats montrent que, si les inerties du bâtiment et de l'installation chauffage sont prises en compte dans le modèle du système, la commande optimale peut prévoir correctement la durée de préchauffage et contrôler parfaitement la température du bâtiment pendant la période d'occupation pour des systèmes de chauffage avec une grande inertie.

Avec la commande classique, la température d'air pendant la période d'occupation est très dispersée (voir figures 13-8 et 13-9). Les températures maximales et minimales sont de 25°C et 14,03°C pour le mois d'hiver, et de 28,56°C et 13,08°C pour le mois de mi-saison. En comparant avec les résultats de la simulation 7 du sous chapitre 11.4.3.7, nous pouvons constater qu'au fur et à mesure que l'inertie du système de chauffage augmente, le niveau de confort obtenu par la commande classique se dégrade.

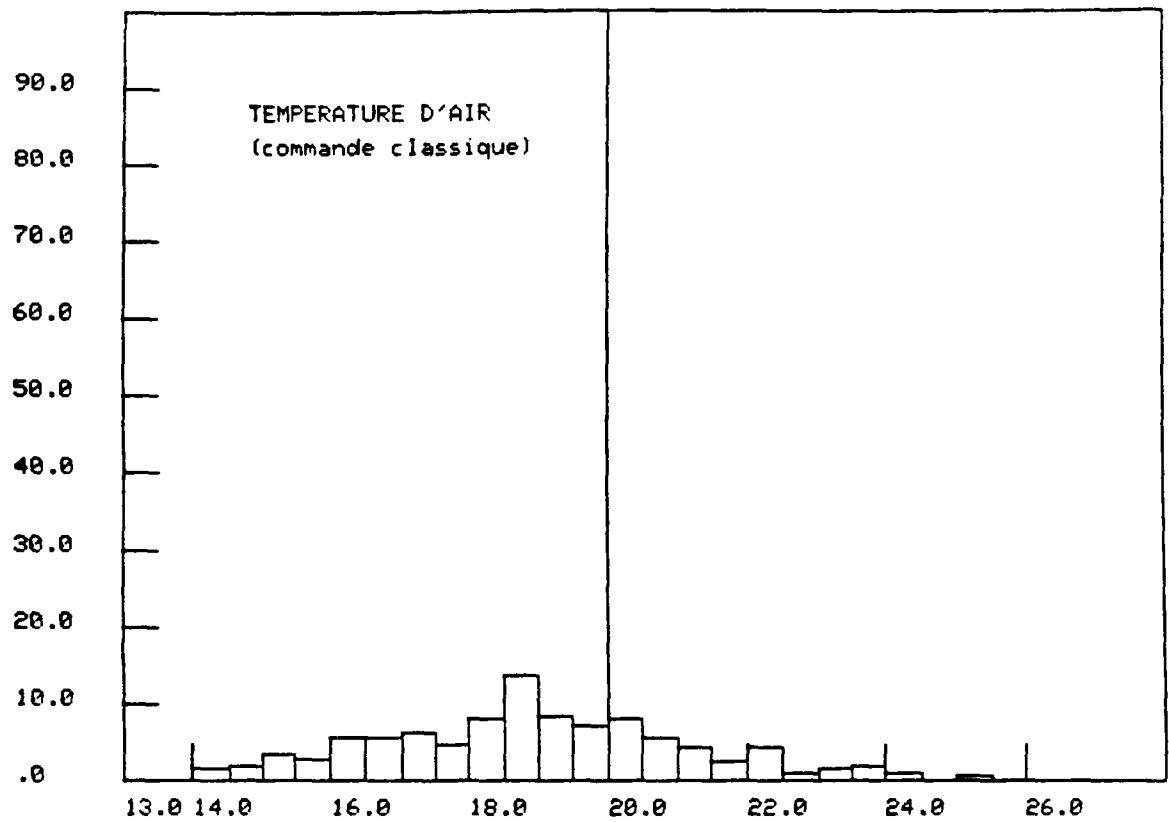


Figure 13-8 : Commande classique pour le mois d'hiver

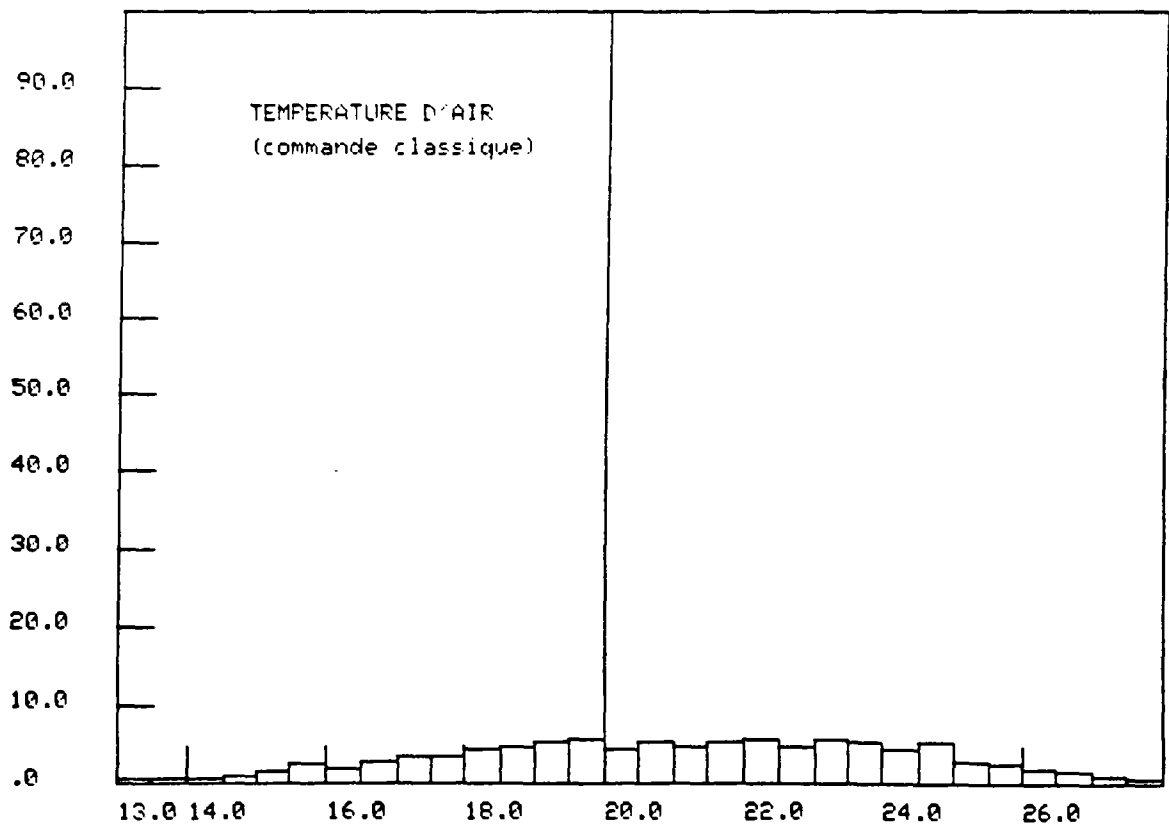


Figure 13-9 : Commande classique pour le mois de mi-saison

L'économie énergétique obtenue par la commande optimale est de 15,52 % pour le mois d'hiver par rapport à la commande classique (56 376 kg de charbon consommé contre 66 736 kg). Cette économie est de 18,5 % pour le mois en mi-saison (42 156 kg de charbon consommé contre 51 732 kg). Nous remarquons de plus que cette économie énergétique est plus importante que celle obtenue dans le cas où l'inertie de l'installation de chauffage est faible (voir la simulation 7 du sous chapitre 11.4.3.7). On constate donc que l'économie énergétique obtenue par la commande optimale est d'autant plus grande que l'inertie du système de chauffage est plus grande.

Le rendement de la chaudière est une autre information intéressante qui ressort de ces simulations . Dans le cas où la chaudière est contrôlée par la commande modulante, le rendement de la chaudière est de 87,76 % pour le mois d'hiver et 87,68 % pour le mois de mi-saison. Par contre, lorsque le débit de charbon est commandé en mode tout ou rien, le rendement de la chaudière n'est que respectivement de 83,05 % et de 82,51 %. Il en résulte que la commande modulante peut faire gagner environ 5 % d'énergie par rapport à la commande tout ou rien pour les chaudières à charbon.



## 14 - CONCLUSION

Nous venons d'étudier, dans cette partie, une structure de commande optimale basée sur le principe d'optimisation quadratique pour un système multi-dimensionnel. Cette structure de la commande optimale nous paraît présenter plusieurs caractéristiques intéressantes, en particulier, une grande simplicité de mise en oeuvre. En effet, une fois que le procédé a été identifié et que les éléments de la structure ont été calculés "off-line", un simple calcul algébrique suffit pour réaliser, "on-line", la commande optimale. Cela n'occupe que peu de place en mémoire et demande un temps de calcul très faible. Ceci facilite surtout la mise en oeuvre du système de commande. Un autre avantage de cette méthode de commande optimale est sa souplesse. Elle peut effectivement s'adapter aux différentes situations par simple ajout de termes complémentaires (incluant par exemple : la compensation de perturbations mesurables, l'annulation des erreurs stationnaires, etc...).

L'étude de la sensibilité de la commande optimale par rapport aux erreurs de paramètres du modèle montre que la commande proposée peut fonctionner correctement lorsque les erreurs des paramètres du modèle sont inférieures à 10 %.

Afin d'améliorer la performance de la commande dans les cas où les paramètres de modèle ont des erreurs, nous avons proposé une méthode d'auto-réglage. En utilisant cette méthode, la commande optimale peut corriger automatiquement les erreurs de la commande dues à l'imprécision du modèle ou à d'autres causes. Cette méthode peut également faciliter les choix des paramètres du critère à minimiser.

Les applications de la commande optimale au système de chauffage dans un bâtiment occupé de façon intermittente ont été étudiées par simulations en deux étapes.

La première étape consiste à connaître les fonctionnements de la commande optimale dans le cas du chauffage intermittent. Pour des raisons de simplification, l'inertie de l'installation de chauffage a été négligée dans la première étape. Les résultats montrent que la commande optimale proposée peut prévoir précisément la durée de préchauffage et peut contrôler parfaitement les températures du bâtiment pendant la période d'occupation. Cette commande peut maintenir également la température minimale du bâtiment pendant la période d'inoccupation. De plus, elle peut compenser l'influence de la température extérieure et s'adapter aux changements de la puissance maximale d'installation de chauffage.

Complétée par la méthode d'auto-réglage et la fonction d'annulation des erreurs stationnaires, la commande permet d'adapter les modèle imprécis et corrige automatiquement les erreurs de commande.

Les simulations pendant une saison de chauffage ont été effectuées en utilisant respectivement la commande optimale et le programmeur simple équipé d'un régulateur PI. Dans les deux cas, le confort dans la période d'occupation est assuré. Mais la commande optimale apporte une économie énergétique de 12,8 % par rapport au programmeur simple.

Dans la deuxième étape, l'inertie de l'installation de chauffage a été prise en compte. Le modèle du système comprend donc à la fois le modèle du bâtiment et les modèles de la chaudière et du réseau d'eau. A partir des résultats obtenus, nous constatons que l'augmentation de la dimension du modèle de système (du second ordre au quatrième ordre) n'introduit aucune difficulté pour le calcul de la commande et que la méthode de calcul du paramètre  $U_g$  est adaptée aux systèmes différents.

Les simulations pour deux mois de chauffage (un mois d'hiver et un mois de mi-saison) montrent qu'en utilisant la commande optimale, on obtient non seulement un meilleur niveau de confort, mais aussi une économie énergétique plus élevée que celle obtenue lorsque la régulation classique est utilisée. L'économie énergétique obtenue à l'aide de la commande optimale est d'autant plus importante que l'inertie du système de chauffage est grande.

Enfin, les résultats des simulations font ressortir que le rendement de la chaudière à charbon est plus élevé avec la commande modulante qu'avec la commande tout ou rien. Une économie de l'ordre de 5 % peut être atteinte en utilisant la commande modulante.

## **CONCLUSIONS GENERALES**

Nous avons déjà résumé, à la fin de chaque partie, les résultats obtenus. Nous les rappelons très brièvement ci-dessous.

L'étude que nous avons effectuée a pour objet la recherche d'une stratégie de commande appliquée à des systèmes de chauffage utilisant des chaudières à charbon dans les cas de bâtiments à occupation discontinue.

Dans la première partie de ce travail, un modèle fin de chaudière à charbon a été développé afin de simuler les comportements dynamique et statique de la chaudière à charbon. Ce modèle nous a permis d'évaluer les variations d'une dizaine de paramètres et d'estimer l'influence des différents facteurs sur le comportement de la chaudière.

Le modèle fin de chaudière à charbon que nous avons développé peut être utilisé, non seulement pour la simulation du comportement dynamique des chaudières à charbon, mais aussi pour l'étude de la conduite de ces chaudières. Grâce aux variables calculées par ce modèle, en particulier, la température de charbon et la masse de charbon sur la grille qui sont difficilement obtenues expérimentalement, il est possible d'établir une stratégie de conduite optimale des chaudières à charbon.

En associant ce modèle fin avec des modèles de bâtiment et de réseau d'eau, un modèle de système de chauffage capable de répondre aux besoins de l'étude a été établi.

A partir de ce modèle fin, nous avons ensuite construit un modèle simplifié de chaudière à charbon adapté au développement de la stratégie de commande optimale. Ce modèle simplifié du second ordre, a permis le calcul de l'évolution des paramètres tels que la température de départ d'eau, la température des fumées et l'énergie dégagée par la combustion.

Pour la commande de systèmes de chauffage intermittent, nous avons proposé une structure de commande fondée sur le principe d'optimisation quadratique. Les avantages principaux de cette structure tiennent à sa simplicité de calcul et à sa souplesse d'utilisation.

Nous avons aussi étudié l'influence de l'imprécision du modèle sur la fiabilité de la commande. Nous avons pu, en particulier, proposer une méthode d'auto-réglage qui corrige automatiquement les erreurs de la commande dues aux écarts du modèle. Les résultats des simulations effectuées semblent bien prouver la robustesse de cette méthode, tant pour éliminer l'influence de l'imprécision du modèle, que pour faciliter le choix des paramètres du critère à minimiser.



Les applications de cette stratégie de commande aux systèmes de chauffage intermittent ont été étudiées par simulations. Dans la première étape, le flux de chauffage est considéré comme un flux de chaleur instantané, ce qui correspond à une installation de chauffage à faible inertie. Le modèle de ce système ne comprend donc qu'un seul bâtiment. Les résultats des simulations montrent que, dans le cas de système de chauffage à faible inertie, la performance de la commande optimale est excellente.

Nous avons étudié également l'application de la commande optimale aux systèmes de chauffage à chaudière à charbon caractérisée par une grande inertie. Les résultats montrent que, pour ces systèmes, il est indispensable de prendre en compte, dans le calcul de la commande, l'inertie de l'installation de chauffage. Le modèle du système doit donc inclure simultanément le modèle de bâtiment et les modèles de la chaudière et du réseau d'eau.

Il est intéressant de rappeler que la théorie de l'optimisation quadratique est un outil très puissant pour la commande des systèmes multidimensionnels. C'est pour cela que nous avons pu adapter sans difficulté cette commande à un système de dimension relativement élevée.

L'évaluation de l'économie apportée par la commande optimale montre que, par rapport à une commande classique, cette commande apporte plus de 10 % d'économie énergétique. L'économie est d'autant plus grande que l'inertie du système de chauffage est plus grande.

A partir des résultats des simulations, on constate aussi que le rendement de la chaudière est d'environ 5 % plus élevé lorsqu'elle est conduite de façon modulante, que lorsqu'on utilise la commande en mode tout ou rien.

La stratégie de la commande optimale que nous avons étudiée peut être également utilisée pour optimiser le fonctionnement des différents systèmes de chauffage tels que ceux à coût d'énergie variable ou ceux multiénergétiques.

Hormis le volume éventuel de calculs numériques lié aux équations récurrentes pour obtenir les paramètres de commande, la méthode ne crée pas de problème majeur, la commande optimale peut donc être très facilement mise en oeuvre. Elle est tout à fait exploitable tant du point de vue technique que du point de vue commercial.

Une autre perspective offerte par cette commande optimale est de pouvoir établir, à partir des résultats des simulations, des relations directes entre les paramètres de la commande et les constantes de temps du système ainsi que la puissance maximale de l'installation de chauffage. L'analyse de cette voie reste à faire si de telles relations peuvent être établies, il sera possible d'éviter les calculs des équations récurrentes et obtenir ainsi directement, par un simple calcul, une stratégie de commande dite "quasi optimale".

Les résultats des simulations que nous avons obtenus ont démontré clairement l'efficacité et la souplesse de cette commande. Ils permettraient de préparer une expérimentation appuyée sur le suivi de fonctionnement d'une installation en situation réelle d'utilisation. La lourdeur, la durée et le coût d'une telle expérimentation n'ont pas permis de la réaliser dans le cadre de ce travail.

## BIBLIOGRAPHIE

- (ACRE.89) d'ACREMONT E., FRANCOIS C., HUTTER E., MENNETEAU F.  
Etude sur l'identification des paramètres d'un modèle de bâtiment à partir de résultats de simulation  
C.S.T.B. GEC-89.4934, Novembre 1989
- (ACRE.90) d'ACREMONT E., HUTTER E., NIBEL S., VISIER J.C., VINOT B. (CSTB, France) and PICARD B. (Gaz de France)  
Control strategies of collective gas boiler plants and adaptive control of heating systems  
Third International Conference on System Simulation in Buildings Liège, Belgium December, 1990
- (ATHA.66) ATHANS M., FALB P.L.  
Optimal control : An introduction to the theory and its applications  
Ed. McGRAW-HILL BOOK COMPANY N.Y. 1966
- (BARO.78) BARON R.E., HODGES J.L., SAROFIM A.F.  
Mathematical model for predicting efficiency of fluidized bed steam generators  
AIChE Symposium Series No.176, Vol.74, 1978
- (BARR.74) BARRAUD A.  
Sur la résolution numérique des équations de RICCATI - Cas discret  
Revue R.A.I.R.O. Automatique n° Octobre 1974
- (BART.86) BARTHELET Y., LOUCHET F.  
Identification dynamique d'une chaudière à grille mécanique  
Mémoire de D.E.A. Automatique l'Université de Lille I Juin 1986
- (BELG.85) BELGHITH - MEDIMAGH S.  
Solutions de quelques problèmes de commande optimale issus de la thermique  
Thèse de Docteur-Ingénieur Université de Paris-Sud, 1985
- (BENJ.87) BENJAMIN S., HALGAND R.  
Utilisation de la programmation linéaire pour la gestion et le dimensionnement du chauffage intermittent en tertiaire  
E.D.F. DETN M.D6 HR/MCB n° 6208 Septembre 1987
- (BERN.76) BERNHARE P.  
Commande optimale décentralisation et jeux dynamiques  
Ed. Dunod Automatique, 1976
- (BOUR.87) BOURGAULT Du COUDRAY P.  
Etude et mise en oeuvre d'un système de régulation thermique de bâtiment basé sur le principe d'une commande optimale  
Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris 1987
- (CACC.91) CACCAVELLI D., NIBEL S., HUTTER E.  
Génération de chaleur et intermittence du chauffage dans les bâtiments à occupation discontinus  
C.S.T.B. GEC/DES-90.126R, Janvier 1991

- (CAIN.70) CAINES P.E., MAYNE D.Q.  
On the discrete time matrix Riccati equation of optimal control  
Int. J. Control, vol.12, No.5 1970
- (CHEM.86) CHEMILLIER P.  
Sciences et Bâtiment - La démarche scientifique appliquée à la construction  
Cours de l'E.N.P.C., Presses de l'E.N.P.C., C.S.T.B. 1986
- (CODE.83) CODETEC, CERCHAR  
Cahiers de l'utilisation du charbon  
Tome 2 Propriétés des charbons et combustion en chaudière  
Tome 5 Combustion en couche sur grille à chaînes  
Ed. TECHNIP, Paris 1983
- (CYSS.88) CYSSAU R.  
Les conduites d'une chaudière  
Promoclim E Tome 19 n° 2, Mars 1988
- (DEVA.84) DEVAL J.C.  
Le confort thermique en climat tempéré  
Revue Physique n° 7, Juillet 1984
- (DORA.71) DORATO P., LEVIS A.,H.  
Optimal linéaire regulator, the discrete-time case  
I.E.E. Trans. Autom. Control, vol. AC-16 Dec., 1971
- (DUBO.90) DUBOIS E.  
Mise sous forme standard de modèles mathématiques de simulation de la thermique du bâtiment  
C.S.T.B./T.T.A. MGL/1156 Août 1990
- (DUME.83) DUMEZ A., DUMEZ M.  
Micro-informatique appliquée aux économies d'énergie en combustion  
Ed. TEC-DOC Lavoisier, PARIS 1983
- (DUMO.63) DUMOUTET P., DESSEINE J.  
Etude expérimentale de l'inflammation et de la combustion du charbon sur grille  
Revue Générale de Thermique n° 16, Avril 1963
- (EKL.69) EKLUND K.  
Multivariable control of a boiler - An application of linear quadratic control theory  
Report 6901 Lund Institute of Technology, 1969
- (FOND.71) FOND M.  
Contribution à la synthèse de la commande dynamique de système multidimensionnels  
Thèse de docteur-ingénieur, Université Scientifique et Médicale de Grenoble, France 1971
- (FOUL.87) FOULARD C., GENTIL S., SANDRAZ J.P.  
Commande et régulation par ordinateur numérique: de la théorie aux applications  
Edition EYROLLES, 1987

- (FRAN.90) FRANCOIS C., HUTTER E., VISIER J.C.  
Etude sur les formalismes de modèles simplifiés de bâtiment Rapport  
GEC N° 89.4971, Mars 1990
- (FROE.84) FROELICH D., CORBEL S., PRADO G.  
Etude expérimentale et modélisation de la combustion d'un grain de  
charbon  
Revue Générale de thermique n°274, Octobre 1984
- (GAUF.76) GAUFFIER S., GAULIER C., MAUSS F., PERTHUIS E., SCHLIENGER J.P.  
Chauffage au fioul-oil domestique des maisons individuelles : Essais en  
laboratoire et modèle mathématique de chaudière  
La Journée A.F.T.P. du 16 Décembre 1976
- (GAUJ.85) GAUJE F., BURTIN A.  
Modèles thermiques développés sur ASTEC 3  
E.D.F. HE 112 W 2237, Février 1985
- (HALG.90) HALGAND M.  
Optimisation de l'intermittence dans les locaux tertiaires  
- approche méthodologique  
G.D.F. DETN M.D6 RH n°6859, 1990
- (HAMO.84) HAMONOU F.  
Etude du comportement dynamique d'une boucle de chauffage bi-  
énergie associée à un bâtiment, à l'aide du progiciel ASTEC III  
Thèse de Doctorat 3<sup>ème</sup> Cycle L'université Paris XII, Novembre 1984
- (HEYD.81) HEYDEMANN M  
ASTEC 3 - Manuel de référence - Utilisateur  
C.I.S.I., Juillet 1981
- (IEA.86) I.E.A.  
System simulation : Synthesis report for three years of activities (1983-  
1985) - Component models  
International Energy Agency AN10-8604300-01, April 1986
- (IRCO.85) GER IRCOSE  
Rapport annuel d'activités de IRCOSE (Institut de Recherche pour la 2  
Commande Optimale des Systèmes Energétiques), Décembre 1985
- (LARE.80) LARET L.  
Contribution au développement de modèles mathématiques du  
comportement thermique transitoire de structure d'habitation  
Thèse 1980, Université de Liège, Belgique
- (LARE.88) LARET L.  
Boiler physical model for use in large scale building simulation  
Proc. USER's conf. 23-28 Dstend
- (LARM.77) de LARMINAT P., THOMAS Y.  
Automatique des systèmes linéaires (Tomes I, II, III)  
Ed. Flammarion Sciences 1977

- (LEBR.87) LEBRU A., VISIER J.C.  
 Commande optimale du système de chauffage électrique d'un  
 immeuble : mise en oeuvre et expérimentation  
 Third International Congress on Building Energy Management, PPR,  
 Lausanne 1987
- (LEFE.89) LEFEBVRE G.  
 Modèle analytique simplifié d'intermittence  
 Revue Générale de Thermique n°335-336, Novembre-Décembre 1989
- (LEHT.81) LEHTOMAKI K.J., KORTELA U.K.J., LUUKKANEN J.J.  
 New estimation and control methods for fuel power in peat power  
 plant  
 IFAC Control Science and Technology 8<sup>th</sup> World Congress Kyoto, Japan  
 1981
- (LOCK.86) LOCKWOOD F.C.  
 Transfer of fundamental results to the modelling of burners and boilers  
 21<sup>st</sup> Symposium on combustion, Munich 1986
- (LOIS.56) LOISON R.  
 Chauffage industriel et utilisation des combustibles (Tome I, Tome II)  
 Edition J. & R. SENNAC, 1956
- (MART.68) MARTENSSON K.  
 Linear quadratic control package  
 Report 6802 Lund Institute of Technology, April 1968
- (MEZN.85) MEZNI T.EI  
 Contribution à l'étude d'un lit fluidisé turbulent en combustion  
 Thèse de Doctorat Paris VI, Janvier 1985
- (MOND.57) MONDIEZ A.  
 Les lois cinétiques de la combustion sur grille et la conduite d'un foyer à  
 chaîne  
 Chaleur Industrie n° 383, Juin 1957
- (MURT.77) MURTY KANURY A.  
 Introduction to combustion phenomena  
 Combustion Science and Technology, Volume 2, New-York, 1977
- (NIBE.88) NIBEL S.  
 La régulation du chauffage à eau chaude : Analyse du comportement  
 en oeuvre et modélisation des systèmes de régulation terminale  
 Thèse de Doctorat E.N.P.C., Juin 1988
- (NOUG.72) NOUGARET M.  
 Sur une méthode de synthèse, par retour d'état, de la commande des  
 procédés physiques  
 Thèse de Doctorat l'Université Scientifique et Médical de Grenoble,  
 Mars 1972
- (PARK.79) PARK C., MULROY W.J., KELLY G.E.  
 A study of the dynamic flue-gas temperature and off-period mass flow  
 rate of a residential gas-fired furnace  
 National Bureau of Standards Technical Note 999, 1979

- (PARK.36) PARKER A.S., HOTTEL H.C.  
Combustion rate of carbon : Study of gas-film structure by  
microsampling  
Industrial and Engineering Chemistry Vol. 28, NO.11, November, 1936
- (PIQU.88) PIQUEMAL J.C.  
Modèles simplifiés du comportement thermique de bâtiments tertiaires  
CSTB/GEC-DPE n° 88.4315, Juin 1988
- (QING.83) Qinghua Université Pékin  
(Introduction et calcul de chaudière)  
Ed. Science Pékin Chine, 1983
- (REBO.54) REBOUX P.  
Phénomènes de fluidisation  
Cours de l'Ecole des Mines de Paris, 1954
- (ROSS.86) ROSSET M.M.  
Gestion thermique optimale d'un bâtiment :  
- Contrôle d'un chauffage à faible inertie  
- Contrôle des échanges extérieurs  
Thèse de docteur, Université de Paris-Sud Centre d'orsay, 1986
- (SAND.73) SANDRAZ J.P.  
Identification et commande multidimensionnelles d'une unité pilote de  
fabrication de papier  
Thèse de Docteur-Ingénieur, Université Scientifique et Médicale de  
Grenoble, France, 1973
- (SACA.82) SACADURA J. F.  
Initiation aux transferts thermiques  
Ed. TEC. DOC. Paris, 1982
- (SAKA.57) SAKAE YGL, DAIZO KUNIL  
Studies on effective thermal conductivities in packed-beds  
A.I.Ch.E. Journal Vol. 3, n° 3, September 1957
- (SAUL.82) SAULNIER J.B.  
Développement d'un modèle de chaudière à fioul à l'aide de  
l'analyseur de réseaux ASTEC  
NT1/EDF, Octobre 1982
- (THOR.76) THORSNESS C.B., ROSZA R.B.  
Lawrence livermore laboratory in situ coal gasification program : model  
calculations and laboratory experiments  
Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of petroleum  
Engineers of AIME, New-Orleans, October 1976
- (TRUC.89) TRUC J., SEGUIN P., TAVERNIER J.P.  
Développement d'un logiciel de calcul de combustion de charbon et  
de transferts thermiques dans un foyer de chaudière industrielle  
Journée d'étude du 11 Janvier S.F.T. 1989
- (VINO.89) VINOT B.  
Commande optimale et/ou adaptative des systèmes énergétiques  
Rapport AFME, Septembre 1989

(VISI.86) VISIER J.C.

Expérimentation de logiciels de commande optimale sur un bâtiment d'habitation  
C.S.T.B. GEC n° 86.3625, Juin 1986

(VISI.88) VISIER J.C.

Pratique de l'intermittence du chauffage dans les locaux à occupation discontinue  
Cahiers du CSTB, Octobre 1988

(WINS.76) WINSLOW A.M.

Numerical model of coal gasification in a packed bed  
16<sup>th</sup> Symposium on combustion, 1976

(ZHAO.85) ZHAO H., LIAO C.S.

Single-board microcomputer control for energy saving multi-operation mode of air conditioning system  
CLIMA 2000, 1985 Copenhagen

(ZHAO.90) ZHAO H., ZIRNGIBL J., CACCAVELLI D.

Elaborating and validating a dynamic model of coal fired boiler  
Third International Conference on System Simulation in Building  
December 3-5, 1990 Liège, BELGIUM

(ZHAO.91) ZHAO H., VISIER J.C.

Studying the intermittent heating system control of a building based on the quadratic optimization principle  
IBPSA Building Simulation'91, August 20-22, 1991 Nice FRANCE

## **ANNEXES**

<b>FICHES PROFORMA</b>
------------------------

- 1**    **Fiche signalétique**
- 2**    **Description formelle**
- 3**    **Domaine d'application – Règles d'usage**
- 4**    **Essais de validation**
- 5**    **Références bibliographiques**





<b>FICHE PROFORMA :</b>	<b>N°</b>
<b>MODELE :</b>	<b>CHAUDIERE A CHARBON</b>

<b>CHAPITRE 1</b>
<b>Fiche Signalétique</b>

<b>NOM GENERIQUE</b>
----------------------

- Objet** : Chaudière à charbon
- Phénomène** : Génération de chaleur par combustible solide (charbon) - Echange de chaleur
- Hypothèses** : Combustion stœchiométrique
- Méthode** : Bilans enthalpiques
- Caractère** : Intrinsèque

<b>RESUME</b>
---------------

Ce modèle permet de décrire finement le comportement dynamique d'une chaudière/charbon à grille.

Il comporte deux parties distinctes :

- La combustion primaire et secondaire du charbon dans le foyer.
- Le transfert de chaleur entre le gaz et le fluide.

Le modèle calcule les évolutions temporelles d'un certain nombre de variables, dont :

- L'énergie dégagée par la combustion
- La température de départ d'eau.
- La température des fumées.
- La température du charbon
- Le rendement de la chaudière.

#### MODE D'APPROCHE

Modèle détaillé

#### TYPE

Equationnel

#### VALIDATION

La validation du modèle a été faite en régime cyclique à l'aide d'essais effectués dans l'usine de la Société SECCACIER.

#### INFORMATIONS GENERALES

Auteurs : ZHAO Hong - ZIRNGIBL Johann

Date de la 1<sup>ère</sup> version : 30/05/1990

Rédacteur : ZHAO Hong

N° de version : 1

Date : 30/05/1990

## CHAPITRE 2

## Description Formelle

## NOMENCLATURE

Déclaration de paramètres :

Nom	Définition	Unité	Type	Domaine de valeurs	Valeur par défaut	Condition	Det. des val. init.
PCI	Pouvoir calorifique inférieur du charbon	Joule/kg	Réel	$[10 \times 10^6 ; 100 \times 10^6]$	$36 \times 10^6$	$\geq 0$	
$m_c$	Masse volumique du charbon	kg/m <sup>3</sup>	Réel	$[500 ; 2000]$	1158	$\geq 0$	
$c_{mb}$	Chaleur Massique du charbon	Joule/kg K	Réel	$[10^3 ; 10^4]$	3140	$\geq 0$	
$d_c$	Diamètre moyen des grains de charbon	m	Réel	$[10^{-3} ; 10^{-1}]$	0,06	$> 0$	
$\theta_v$	Taux de matière volatile	sans	Réel	$[0,1 ; 0,5]$	0,24	$\geq 0$	
$k_d$	Indice de gonflement de charbon	sans	Réel	$[0,1 ; 1]$	0,32	$\geq 0$	
$P_{av}$	Pouvoir comburivore de charbon	m <sup>3</sup> d'air/kg	Réel	$[1 ; 20]$	8,7	$\geq 0$	
$P_{fv}$	Pouvoir fumigène de charbon	m <sup>3</sup> fumée/kg	Réel	$[1 ; 20]$	9,1	$\geq 0$	
$S_g$	Surface de la grille	m <sup>2</sup>	Réel	$[0,5 ; 5]$	3,94	$> 0$	
$H_c$	Hauteur de couche de charbon	m	Réel	$[0 ; 0,5]$	0,1	$> 0$	
$e_a$	Excès d'air	sans	Réel	$[-1 ; 2]$	1,7		
SRF	Surface rayonnante dans le foyer	m <sup>2</sup>	Réel	$[0 ; 50]$	16,3	$\geq 0$	

Nom	Définition	Unité	Type	Domaine de valeurs	Valeur par défaut	Condition	Det. des val. init.
SFP	Surface éch. gaz/paroi dans le foyer	m <sup>2</sup>	Réel	[0 ; 50]	27,4	$\geq 0$	
R <sub>f</sub>	Coefficient de rayonnement dans le foyer	W/m <sup>2</sup> K	Réel	[0 ; 1]	0,25	$\geq 0$	
$\alpha_{fg}$	Coefficient éch. paroi/eau dans le foyer	W/m <sup>2</sup> K	Réel	[0 ; 1000]	200	$\geq 0$	
$\alpha_{fp}$	Coefficient éch. gaz/paroi dans le foyer	W/m <sup>2</sup> K	Réel	[0 ; 100]	30,2	$\geq 0$	
$\alpha_{fa}$	Coefficient éch. eau/air dans le foyer	W/m <sup>2</sup> K	Réel	[0 ; 100]	5,2	$\geq 0$	
CEF	Capacité thermique du foyer	Joule/K	Réel	[10 <sup>6</sup> ; 10 <sup>8</sup> ]	1,4 x 10 <sup>7</sup>	$> 0$	
V <sub>fy</sub>	Volume du foyer	m <sup>3</sup>	Réel	[1 ; 30]	5	$> 0$	
SEC	Surface équivalent de l'échangeur	m <sup>2</sup>	Réel	[10 ; 300]	106	$\geq 0$	
$\alpha_{eg}$	Coefficient éch. gaz/eau dans échangeur	W/m <sup>2</sup> K	Réel	[0 ; 100]	13,88	$\geq 0$	
$\alpha_{ea}$	Coefficient éch. eau/air dans échangeur	W/m <sup>2</sup> K	Réel	[0 ; 100]	5,2	$\geq 0$	
CEC	Capacité d'eau dans l'échangeur	Joule/K	Réel	[10 <sup>5</sup> ; 10 <sup>8</sup> ]	2 x 10 <sup>7</sup>	$> 0$	

## Déclaration d'entrées

Nom	Définition	Unité	Type	Domaine de valeurs	Valeur par défaut	Condition	Det. des val. init.
D <sub>c</sub>	Débit de charbon	kg/s	Réel	[0 ; 0,5]	0,057	$\geq 0$	
D <sub>a</sub>	Débit d'air	kg/s	Réel	[0 ; 5]	0,8	$> 0$	
D <sub>e</sub>	Débit d'eau	kg/s	Réel	[0 ; 0,01]	0,02	$> 0$	
T <sub>r</sub>	Température de retour d'eau	°C	Réel	[10 ; 100]	50	$\geq 0$	
T <sub>a</sub>	Température de l'air ambiant	°C	Réel	[10 ; 30]	20	$\geq 0$	

## Déclaration de sorties :

Nom	Définition	Unité	Type	Domaine de valeurs	Valeur par défaut	Condition	Det. des val. init.
QCH	Puissance de la chaudière	kW	Réel	[200 ; 2000]	1660	$\geq 0$	
T <sub>de</sub>	Température de départ d'eau	°C	Réel	[30 ; 110]	80	$\geq 0$	
T <sub>fm</sub>	Température de fumée	°C	Réel	[60 ; 400]	230	$\geq 0$	
T <sub>fg</sub>	Température des gaz dans le foyer	°C	Réel	[200 ; 1000]	700	$\geq 0$	
T <sub>c</sub>	Température de charbon	°C	Réel	[500 ; 1800]	1300	$\geq 0$	
T <sub>fe</sub>	Température d'eau sortant du foyer	°C	Réel	[30 ; 100]	65	$\geq 0$	
T <sub>fc</sub>	Température de gaz en sortie du foyer	°C	Réel	[2000 ; 800]	600	$\geq 0$	
V <sub>mc</sub>	Vitesse massique de combustion	kg/s kg	Réel	[0 ; 0,01]	$6,2 \times 10^{-3}$	$\geq 0$	
P <sub>fm</sub>	Pertes par les fumées	kW	Réel	[10 ; 800]	250	$\geq 0$	
P <sub>pa</sub>	Pertes par les parois	kW	Réel	[0 ; 200]	20	$\geq 0$	
RCH	Rendement de la chaudière	sans	Réel	[0,1 ; 1]	0,85		

## Déclaration des variables d'entrée/sortie :

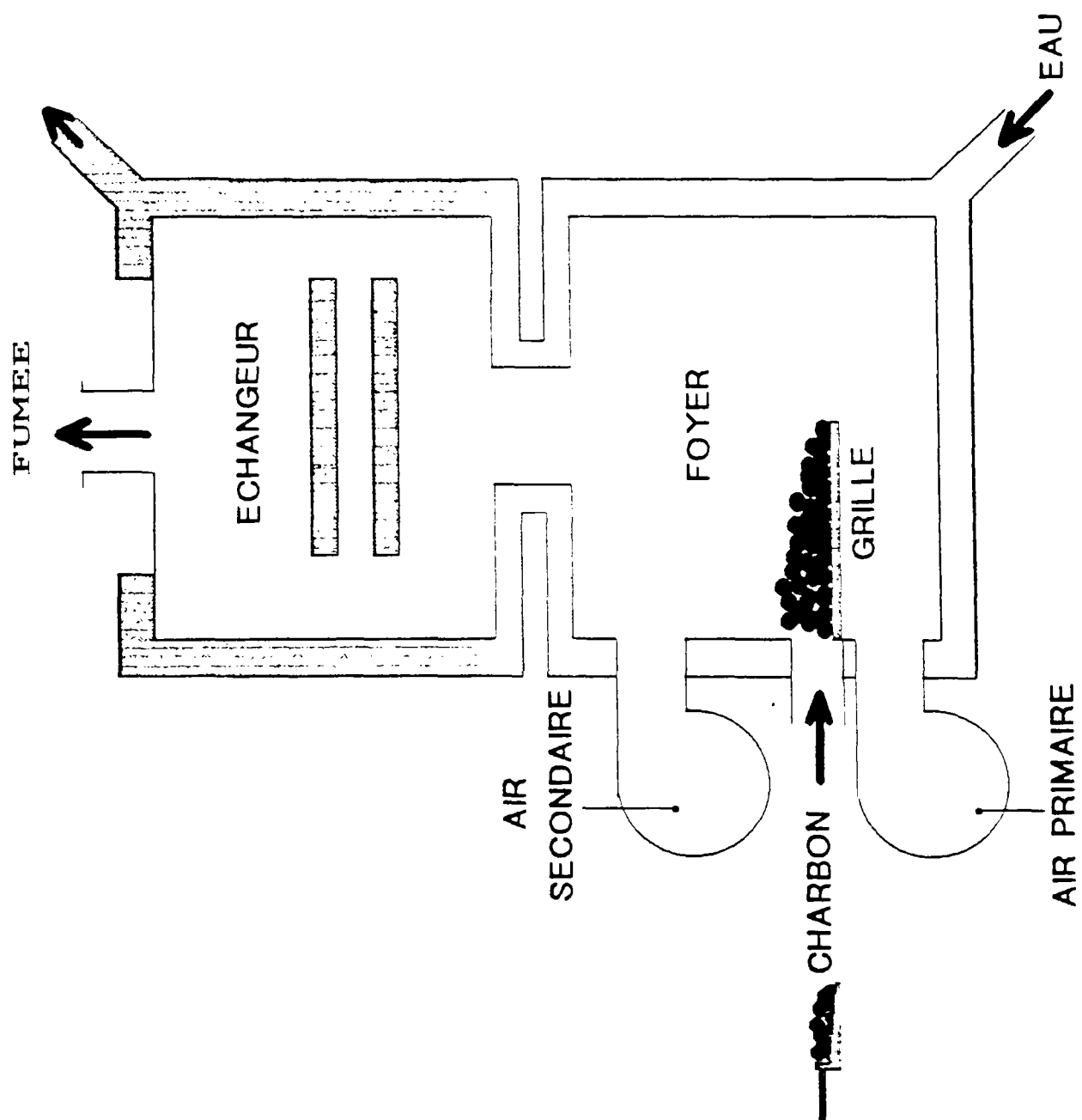
Nom	Définition	Unité	Type	Domaine de valeurs	Valeur par défaut	Condition	Det. des val. init.
M <sub>c(i)</sub>	Masse de charbon sur la grille	kg	Réel	[0 ; 100]	40	$\geq 0$	
M <sub>v</sub>	Masse de matière volatile dans la couche de charbon	kg	Réel	[0 ; 50]	8	$\geq 0$	
Q <sub>ce</sub>	Puissance fournie à l'échangeur	kW	Réel	[0 ; 2000]	1000	$\geq 0$	
T <sub>tc</sub>	Température théorique de la combustion	°C	Réel	[500 ; 3000]	2000	$\geq 0$	

**Déclaration des variables Internes au modèle :**

Nom	Définition	Unité	Type	Domaine de valeurs	Valeur par défaut	Condition	Det. des val. init.
$h_c$	Coefficient de processus chimique	sans	Réel			$\geq 0$	
$h_d$	Coefficient de diffusion	sans	Réel			$\geq 0$	
$V_{mv}$	Vitesse massique de dégagement des matières volatiles	kg/s kg				$\geq 0$	
$T_{eg}$	Température moyenne logarithmique dans l'échangeur	°C	Réel	[100 ; 1000]	500	$\geq 0$	
$D_{fm}$	Débit des fumées	kg/s	Réel				

**Déclarations des valeurs initiales et domaines de valeurs :**

SCHEMA FONCTIONNEL





SCHEMA BLOC

PARAMETRES

Caractéristiques  
du charbon

PCI  
 $c_{mb}$   
 $\theta_v$   
 $P_N$

$m_c$   
 $d_c$   
 $P_{av}$   
 $k_d$

Caractéristiques  
de la chaudière

$S_g$   
 $e_a$   
SRP  
SEC  
 $V_{fy}$

$H_c$   
SRF  
CEF  
CEC

Caractéristiques du  
transfert de chaleur

$R_f$   
 $\alpha_{fa}$   
 $\alpha_{eg}$

$\alpha_{fp}$   
 $\alpha_{fg}$   
 $\alpha_{ea}$

$D_c$ ----->

E

N

T

R

E

E

S

$D_a$ ----->

$D_e$ ----->

$T_r$ ----->

$T_a$ ----->

MODELE DE CHAUDIERE A CHARBON

-----> QCH

----->  $T_{de}$

----->  $T_{fm}$

----->  $T_{fg}$

----->  $T_c$

----->  $T_{fe}$

----->  $T_{fc}$

----->  $V_{mc}$

----->  $P_{fm}$

----->  $P_{pa}$

-----> RCH

S

O

R

T

I

E

S

# FORMULATIONS

Equations de départ : Bilans de masse de charbon

$$\frac{dM_{ci}(t)}{dt} = -V_{mci}(t) \cdot M_{ci}(t) + D_{cz(i-1)}(t) - D_{czi}(t) \quad i = 1, 2, 3$$

$$\frac{dM_v(t)}{dt} = V_{mv} \cdot M_v + D_v$$

Initialisations :  $M_{ci}(o) = 0$   
 $M_v(o) = 0$

Equations de base : Bilans thermiques

1) gaz (foyer)

$$V_{fy} \cdot c_{vf} \frac{dT_{fg}}{dt} = Q_{CH} - R_f \cdot SRF (T_{fg}^4 - T_{fp}^4) - \alpha_{fg} \cdot SFP (T_{fy} - T_{fp}) - Q_{ce}$$

2) eau (foyer)

$$CEF \frac{dT_{fe}}{dt} = \alpha_{fp} \cdot SFE (T_{fp} - T_{fe}) - \alpha_{fa} \cdot SFA (T_{fe} - T_a) - c_{me} D_e (T_{fe} - T_f)$$

3) eau (échangeur)

$$CEC \frac{dT_{de}}{dt} = \alpha_{eg} \cdot SEC \cdot T_{eg} - \alpha_{ea} \cdot SEA (T_{de} - T_a) - C_{me} D_e (T_{de} - T_{fe})$$

4) gaz (échangeur)

$$Q_{ce} = c_{mf} \cdot D_{fm} (T_{fc} - T_a)$$

## CHAPITRE 3

### Domaine d'Application - Règles d'Usage

#### HYPOTHESES DETAILLEES

- Combustion supposée stœchiométrique.
- Le taux de vide de la couche de charbon est constant.
- Température de charbon uniforme.
- Les pertes à l'ambiance sont estimées par un coefficient d'échange moyen.
- Pas de condensation des fumées.

#### CONDITIONS DE VALIDITE

- Chaudières de moyenne puissance (de 500 kW à 2000 kW) équipées d'une grille pour la combustion du charbon et destinées à la production d'eau chaude.
- Charbon non agglutinant.

#### LISTES DES APPLICATIONS

Couplé à des modules d'un système de chauffage et d'un bâtiment, ce modèle permet de tester différentes stratégies de commande et de régulation d'un système de chauffage.

D'autres applications sont également envisageables par exemple, amélioration de la méthodologie des essais et par voie de conséquence, diminution du nombre d'essais.

### PROFORMA VOISINS

- Chaudière fioul
- Chaudière Gaz Traditionnelle

### MODELES ASSOCIES

- Réseaux de distribution chaleur dans le bâtiment
- Emetteurs
- Régulation

### REGLES DE COHERENCE PAR L'ASSEMBLAGE

- L'assemblage avec les autres composants se fait au travers des températures et des débits.

### DIFFICULTES

Pour démarrer la simulation, il faut initialiser la température de charbon ou donner une énergie supplémentaire pour "allumer" la combustion.

<b>CHAPITRE 4</b>	
<b>Essais de Validation</b>	

- Contexte de la validation** : Essais effectués dans l'usine de la Société SECCACIER.
- Mise en oeuvre** : Chaudière fonctionnant à charge constante, pilotée par son aquastat : le débit de charbon ainsi que l'excès d'air sont ajoutés à chaque point de fonctionnement.
- Confrontation à des résultats expérimentaux ou à des modèles de références** : Les sorties du modèle (température départ d'eau, température des fumées, ...) ont été comparées aux mesures.

<b>CHAPITRE 5</b>	
<b>Références Bibliographiques</b>	

- Références générales ou théoriques** : LOISON R.  
Chauffage industriel et utilisation des combustibles,  
Tome 1 - Edition J. & R. SENNAC - 1956
- : WINSLOW A.M.  
Numerical model of coal gazification in a packed bet (16<sup>th</sup> Symposium on Combustion) - 1976.
- Références du modèle** : ZHAO H., ZIRNGIBL J., CACCARELLI D.  
Elaborating and Validating a dynamic model of coal fired boiler.  
Third International Conference on System Simulation in building - December 3-5, 1990, Liège, BELGIUM.